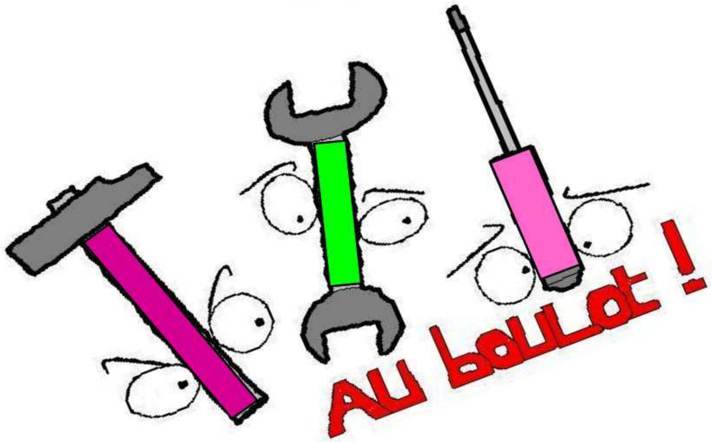
Ma boîte à outils

J' LES MATHS FACILES

Maths-Collège



MA BOITE A OUTILS

RESOUDRE DES PROBLEMES
(Rechercher, Raisonner, Rédiger…)

A. Numérique

NOMBRES & CALCULS

1. Nombres

1. *Nombres Entiers, Décimaux, Comparaison*
2. *Nombres Relatifs*
3. *Puissances*
4. *Racines Carrées*

2. Opérations

1. *Techniques Opératoires*
2. *Les Quatre Opérations*
3. *Enchainements et Priorités d'Opérations*
4. *Fractions*
5. *PGCD et PPCM*

3. Equations

1. *Calcul Littéral – Développements et Factorisations*
2. *Identités Remarquables*
3. *Equations*
4. *Inéquations*
5. *Systèmes d'Equations*

GESTION DE DONNEES

4. Fonctions et Proportionnalité

0. *Pré-requis : Calculs de proportionnalité*
1. *Proportionnalité*
2. *Distances et Repères*
3. *Notion de fonction*
4. *Fonctions Linéaires*
5. *Fonctions Affines*

5. Statistiques

1. *Organisation de données*
2. *Statistiques et Probabilités*

B. Géométrie

GEOMETRIE

1. Eléments usuels

1. *Eléments de géométrie : Notations et Définitions*
2. *Droites*
3. *Polygones*
4. *Parallélogrammes*

2. Transformations

0. *Pré-requis : La Médiatrice*
1. *Symétries Axiale et Centrale*
2. *Axes et Centres de Symétrie*
3. *Agrandissements et Réductions*

3. Angles et Triangles

1. *Angles*
2. *Triangles*
3. *Pythagore et Thalès*
4. *Trigonométrie*
5. *Angles inscrits et au centre*

GRANDEURS & MESURES

4. Longueurs et Surfaces

1. *Mesures – Unités et Convertions*
2. *FORMUL' Aires et Périmètres*
3. *Sections par un plan*

5. Espace

1. *Solides et Patrons*
2. *Prismes et Cylindres*
3. *Pyramides et Cônes*
4. *Sphères et Boules*

Le programme, c'est l'objectif : les connaissances nécessaires pour une poursuite d'études.

Le socle commun, c'est une nécessité : les capacités utiles à tous dans la vie quotidienne.

TABLES DE MULTIPLICATION

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
0 x 2 = 0
0 x 3 = 0
0 x 4 = 0
0 x 5 = 0
0 x 6 = 0
0 x 7 = 0
0 x 8 = 0
0 x 9 = 0
0 x 10 = 0

1 x 0 = 0
1 x 1 = 1
1 x 2 = 2
1 x 3 = 3
1 x 4 = 4
1 x 5 = 5
1 x 6 = 6
1 x 7 = 7
1 x 8 = 8
1 x 9 = 9
1 x 10 = 10

2 x 0 = 0
2 x 1 = 2
2 x 2 = 4
2 x 3 = 6
2 x 4 = 8
2 x 5 = 10
2 x 6 = 12
2 x 7 = 14
2 x 8 = 16
2 x 9 = 18
2 x 10 = 20

3 x 0 = 0
3 x 1 = 3
3 x 2 = 6
3 x 3 = 9
3 x 4 = 12
3 x 5 = 15
3 x 6 = 18
3 x 7 = 21
3 x 8 = 24
3 x 9 = 27
3 x 10 = 30

4 x 0 = 0
4 x 1 = 4
4 x 2 = 8
4 x 3 = 12
4 x 4 = 16
4 x 5 = 20
4 x 6 = 24
4 x 7 = 28
4 x 8 = 32
4 x 9 = 36
4 x 10 = 40

5 x 0 = 0
5 x 1 = 5
5 x 2 = 10
5 x 3 = 15
5 x 4 = 20
5 x 5 = 25
5 x 6 = 30
5 x 7 = 35
5 x 8 = 40
5 x 9 = 45
5 x 10 = 50

6 x 0 = 0
6 x 1 = 6
6 x 2 = 12
6 x 3 = 18
6 x 4 = 24
6 x 5 = 30
6 x 6 = 36
6 x 7 = 42
6 x 8 = 48
6 x 9 = 54
6 x 10 = 60

7 x 0 = 0
7 x 1 = 7
7 x 2 = 14
7 x 3 = 21
7 x 4 = 28
7 x 5 = 35
7 x 6 = 42
7 x 7 = 49
7 x 8 = 56
7 x 9 = 63
7 x 10 = 70

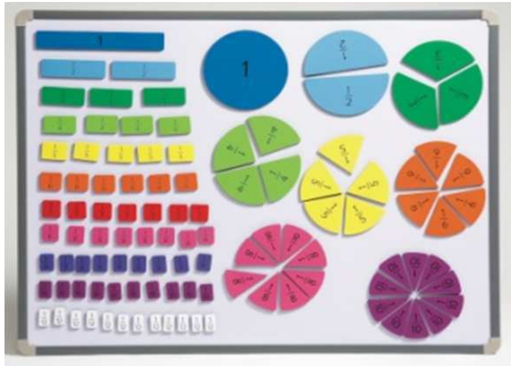
8 x 0 = 0
8 x 1 = 8
8 x 2 = 16
8 x 3 = 24
8 x 4 = 32
8 x 5 = 40
8 x 6 = 48
8 x 7 = 56
8 x 8 = 64
8 x 9 = 72
8 x 10 = 80

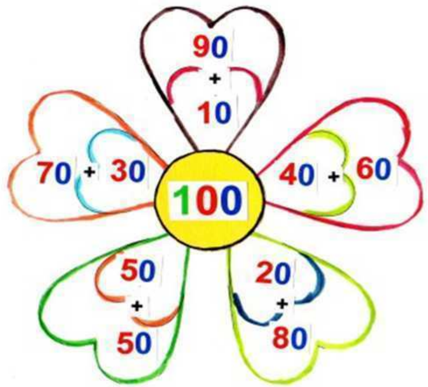
9 x 0 = 0
9 x 1 = 9
9 x 2 = 18
9 x 3 = 27
9 x 4 = 36
9 x 5 = 45
9 x 6 = 54
9 x 7 = 63
9 x 8 = 72
9 x 9 = 81
9 x 10 = 90

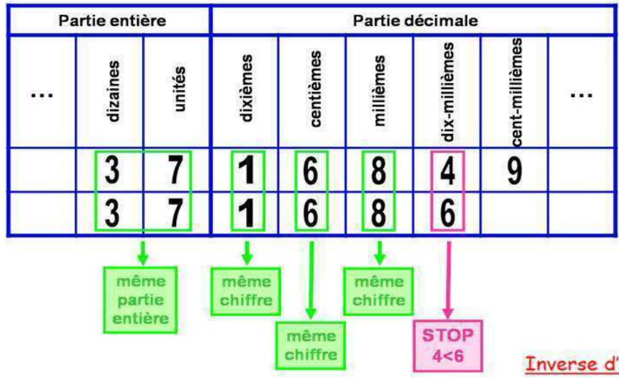
10 x 0 = 0
10 x 1 = 10
10 x 2 = 20
10 x 3 = 30
10 x 4 = 40
10 x 5 = 50
10 x 6 = 60
10 x 7 = 70
10 x 8 = 80
10 x 9 = 90
10 x 10 = 100

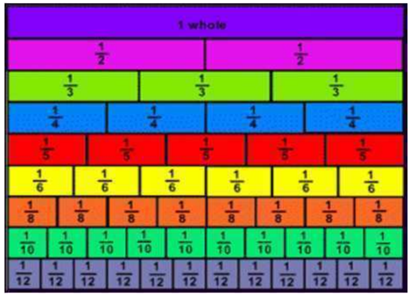
11 x 0 = 0
11 x 1 = 11
11 x 2 = 22
11 x 3 = 33
11 x 4 = 44
11 x 5 = 55
11 x 6 = 66
11 x 7 = 77
11 x 8 = 88
11 x 9 = 99
11 x 10 = 110

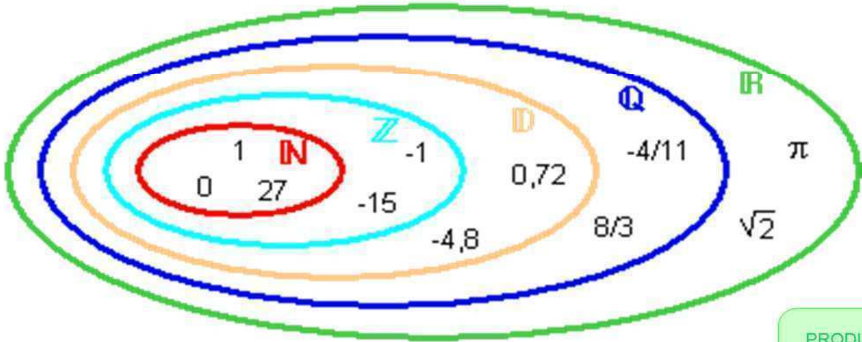
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100











Inverse d'une puissance de 10

$1 \div 10^5 = 10^{-5}$

Ecriture des grands nombres :

$10^5 = 100000$

1 2 3 4 5

c'est un 1 suivi de 5 zéros

PRODUIT DE PUISSANCES :

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

QUOTIENT DE PUISSANCES :

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

PUISSANCE DE PUISSANCES :

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

$(ab)^m = a^m \times b^m$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Numérique

Nombres

NOMBRES ENTIERS, DECIMAUX, COMPARAISON

Nombres entiers naturels : nombres que l'on peut trouver dans la nature (que l'on peut compter avec ses doigts).

Ex : Un troupeau de 200 moutons OU Un tas de 1347 cailloux

Chiffres et Nombres :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 sont les dix chiffres qui permettent d'écrire tous les nombres (de même que les lettres de A à Z permettent d'écrire tous les mots).

Ex : 1 054 est un nombre entier de 4 chiffres.
7 est un nombre entier d'un seul chiffre.

Pour pouvoir lire un grand nombre entier facilement, on regroupe ses chiffres par tranches de 3 en partant de la droite, puis on peut s'aider d'un tableau.

Ex : 1049658723 s'écrit 1 049 658 723 et se lit
un milliard quarante-neuf millions six cent cinquante-huit mille sept cent vingt-trois.

Classe des **milliards**			Classe des **millions**			Classe des **milliers**			Classe des **unités**		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
		1	*0*	*4*	*9*	*6*	*5*	*8*	*7*	*2*	*3*

Décomposition

1 049 658 723 =

$1 \times 1\,000\,000\,000$	1 est le chiffre des **unités de milliards**
$+ 0 \times 100\,000\,000$	0 est le chiffre des **centaines de millions**
$+ 4 \times 10\,000\,000$	4 est le chiffre des **dizaines de millions**
$+ 9 \times 1\,000\,000$	9 est le chiffre des **unités de millions**
$+ 6 \times 100\,000$	6 est le chiffre des **centaines de mille**
$+ 5 \times 10\,000$	5 est le chiffre des **dizaines de mille**
$+ 8 \times 1\,000$	8 est le chiffre des **unités de mille**
$+ 7 \times 100$	7 est le chiffre des **centaines**
$+ 2 \times 10$	2 est le chiffre des **dizaines**
$+ 3 \times 1$	3 est le chiffre des **unités**

Nombre décimal : a un nombre fini de chiffres après la virgule.

Il a une partie entière et une partie décimale.

Ex : 1345 , 789 est un nombre décimal.

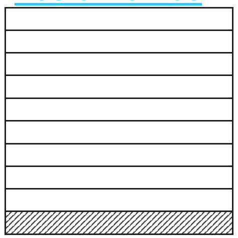
Partie entière | Partie décimale

Partie entière	Partie décimale		
	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
1 3 4 5,	7	8	9

Un nombre décimal est entier lorsque sa partie décimale est nulle.
Un nombre entier est un nombre décimal.

Ex : 73 = 73,0 = 73,00
est un nombre entier et décimal.

Les dixièmes

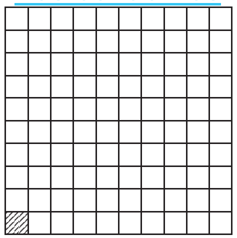


Quand on coupe une unité en 10 parties égales, on obtient des dixièmes.

Un dixième se note : $\frac{1}{10}$.

Dans l'unité, il y a 10 dixièmes donc : $1 = \frac{10}{10}$.

Les centièmes



Quand on coupe une unité en 100 parties égales, on obtient des centièmes.

Un centième se note : $\frac{1}{100}$.

Dans l'unité, il y a 100 centièmes donc : $1 = \frac{100}{100}$.

Décomposition en fractions décimales

$\underbrace{1345}_{\text{partie entière}} \;,\; \underbrace{789}_{\text{partie décimale}}$

7 est le chiffre des dixièmes (! 4 est le chiffre des dizaines), 8 est le chiffre des centièmes, 9 est le chiffre des millièmes.

$$= (1\times1000) + (3\times100) + (4\times10) + (5\times1) + (7\times\frac{1}{10}) + (8\times\frac{1}{100}) + (9\times\frac{1}{1000})$$

NOMBRES ENTIERS, DECIMAUX, COMPARAISON

MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES DE 10

Multiplier et Diviser par 10 100 1000 …

Règle de calcul :
• Multiplier par 10, 100 ou 1000
revient à déplacer la virgule vers la droite
d'autant de rang(s) que de zéro(s), en plaçant un ou des zéros si nécessaire.

Règle de calcul :
• Diviser par 10, 100 ou 1000
revient à déplacer la virgule vers la gauche
d'autant de rang(s) que de zéro(s), en plaçant un ou des zéros si nécessaire.

Exemples

18,53 x 10 = 185,3	27,49 : 10 = 2,749
18,53 x 100 = 1 853	27,49 : 100 = 0,274 9
18,53 x 1000 = 18 530	27,49 : 1000 = 0,027 49

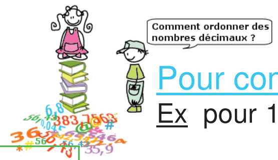
Multiplier et Diviser par 0,1 0,01 0,001 …

Règles de calcul :

Multiplier par…	**0,1**	**c'est diviser par…**	**10**
Multiplier par…	**0,01**	**c'est diviser par…**	**100**
Multiplier par…	**0,001**	**c'est diviser par…**	**1 000**
Multiplier par…	**0,0001**	**c'est diviser par…**	**10 000**
			…etc…
Diviser par…	**0,1**	**c'est multiplier par…**	**10**
Diviser par…	**0,01**	**c'est multiplier par…**	**100**
Diviser par…	**0,001**	**c'est multiplier par…**	**1 000**
Diviser par…	**0,0001**	**c'est multiplier par…**	**10 000**
			…etc…

Exemples

18,53 : 0,1 = 18,53 x 10 = 185,3	27,49 x 0,1 = 27,49 : 10 = 2,749
18,53 : 0,01 = 18,53 x 100 = 1 853	27,49 x 0,01 = 27,49 : 100 = 0,274 9
18,53 : 0,001 = 18,53 x 1000 = 18 530	27,49 x 0,001 = 27,49 : 1000 = 0,027 49



COMPARAISON ET ENCADREMENT

Pour comparer : On regarde les chiffres de même rang de gauche à droite.
Ex pour 12,57 et 12,563 1 2 , 5 $\boxed{7}$
1 2 , 5 $\boxed{6}$ 3 7 > 6 donc 12,57 > 12,563

Pour encadrer : On utilise un nombre plus petit et un nombre plus grand.
Ex 12,56 < 12, 563 < 12,57 => encadrement au centième près
12 < 12, 563 < 13 => encadrement à l'unité près
(c'est-à-dire entre deux entiers consécutifs)

Ordre croissant : du plus petit au plus grand.
Ordre décroissant : du plus grand au plus petit.

<	se lit "plus petit que" ou "inférieur à".	>	se lit "plus grand que" ou "supérieur à".
≤	se lit "inférieur ou égal à".	≥	se lit "supérieur ou égal à".

Ex 8,9 < 11 4,56 = $\frac{456}{100}$ 15,2 ≥ 15,19

APPROXIMATIONS DECIMALES

Valeurs approchées

A l'unité (nombre entier), au dixième (un chiffre après la virgule), au centième (deux chiffres après la virgule) …etc…

4 4,7 4,72 4,723 4,7239 4,724 4,73 4,8 5

valeurs approchées par défaut — valeurs approchées par excès

Troncature (= valeur approchée par défaut)

On 'coupe' le nombre pour donner une valeur approchée.
Ex au centième => on 'coupe' après le chiffre des centièmes. 4,72 39

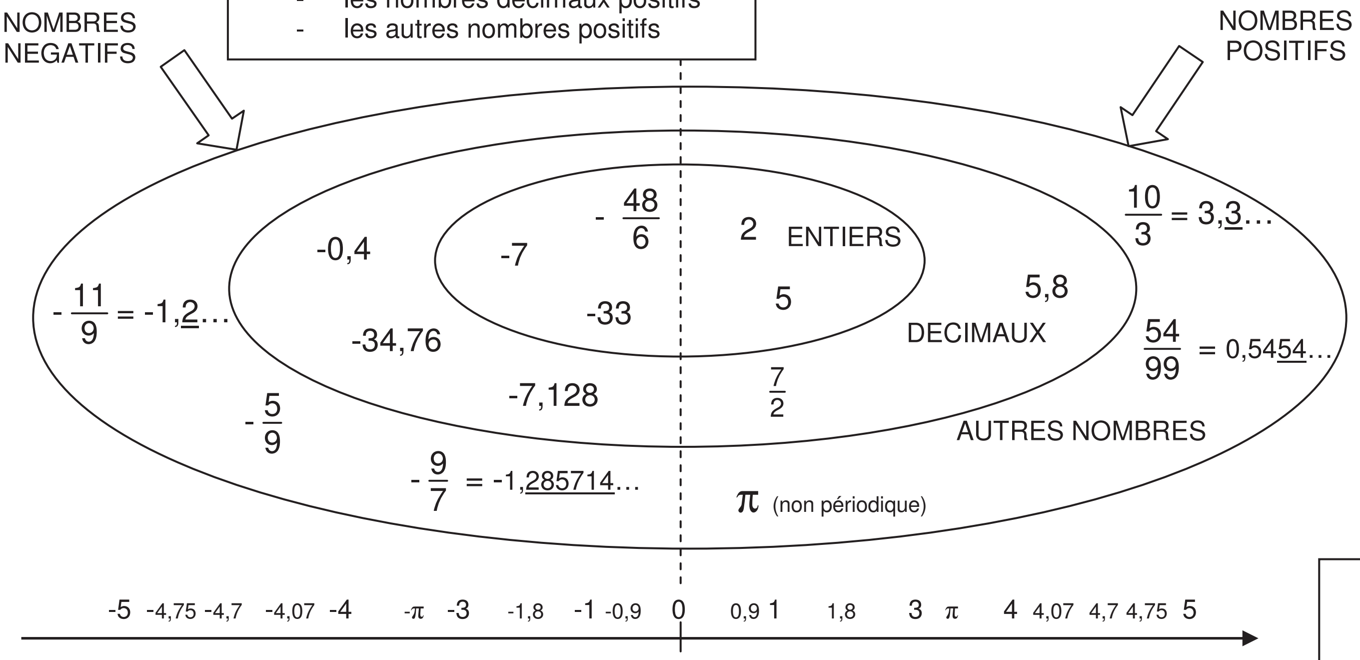
Arrondi

=> valeur approchée la plus proche du nombre (par défaut ou par excès)

Ex Arrondi au dixième d'un nombre : on regarde le chiffre des centièmes
- si ce chiffre est 0; 1; 2; 3; 4 => on garde le chiffre des dixièmes (VA par défaut),
- si ce chiffre est 5; 6; 7; 8; 9 => on l'augmente de un dixième (VA par excès).
Ex Arrondi au centième de 4,7239 : 4,72
Arrondi au millième de 4,7239 : 4,724

NOMBRES RELATIFS

Jusqu'en 6^e, en maths, on utilise :
- les nombres entiers naturels
- les nombres décimaux positifs
- les autres nombres positifs



$-5 < -4,75 < -4,7 < -4,07 < -4 < -\pi < -3 < -1,8 < -1 < -0,9 < 0 < 0,9 < 1 < 1,8 < 3 < \pi < 4 < 4,07 < 4,7 < 4,75 < 5$

signe

distance à zéro
OU
valeur absolue

\- 2,52

Opposé de -2,52 = + 2,52

$-5 < -2,8 < -2,52 < -2 < 0 < 1,01 < 1,1$

0 est positif et négatif : 0 = -0
- a s'appelle l'opposé de a : -a + a = 0
$\frac{1}{a}$ *(a≠0) s'appelle l'inverse de a :* $a \times \frac{1}{a} = 1$

Ensuite, nous utilisons aussi :
- les nombres entiers négatifs
- les nombres décimaux négatifs
- les autres nombres négatifs

Ces nombres sont utiles pour :
- les températures,
- les dates (avant et après J.C.),
- les calculs bancaires,
- les altitudes (en dessous de la mer)…

Addition et Soustraction

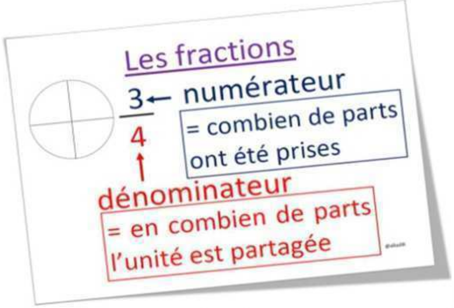
Pour soustraire un nombre relatif,
on additionne son opposé.
$-5 - (+2) = -5 - 2 = -7$
$-5 - (-2) = -5 + 2 = -3$
On peut regrouper les positifs et les négatifs pour effectuer les calculs.

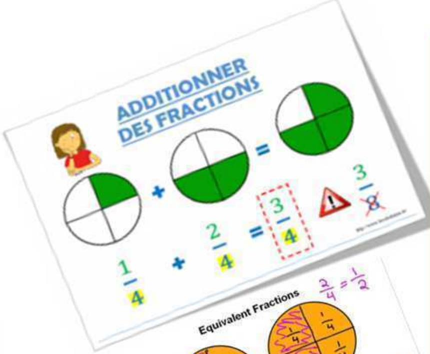
Calcul de distance

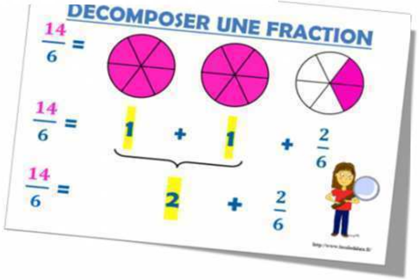
Distance de A à B ou Longueur du segment [AB] :
AB = BA = différence des abscisses
= abscisse la plus grande – abscisse la plus petite
Remarque : Une distance est toujours positive.

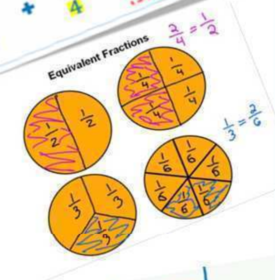
Multiplication (et Division)

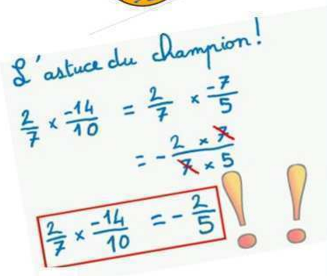
Le produit (et le quotient) de deux nombres relatifs de même signe est positif.
$5 \times 2 = 10$ et $(-5) \times (-2) = 10$
Le produit (et le quotient) de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.
$-5 \times 2 = -10$ et $5 \times (-2) = -10$
Rappels : $a \times 0 = 0$ et $\frac{0}{a} = 0$ $(a \neq 0)$

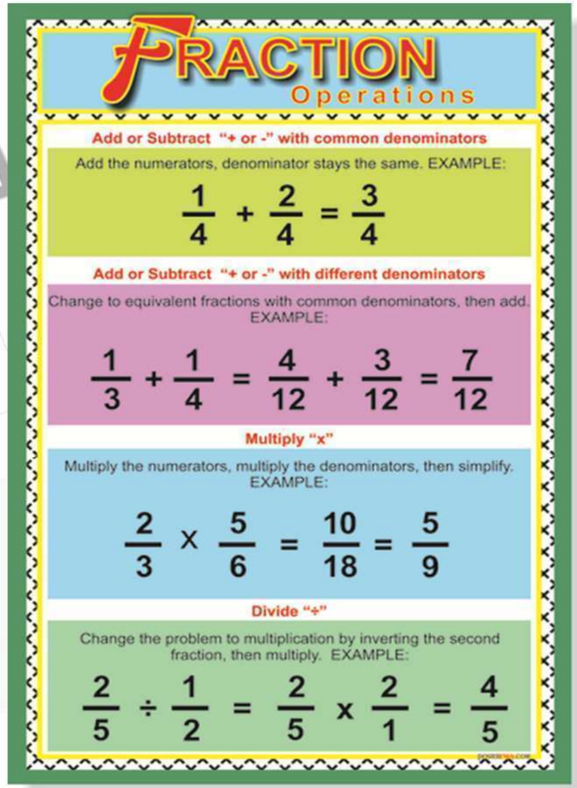


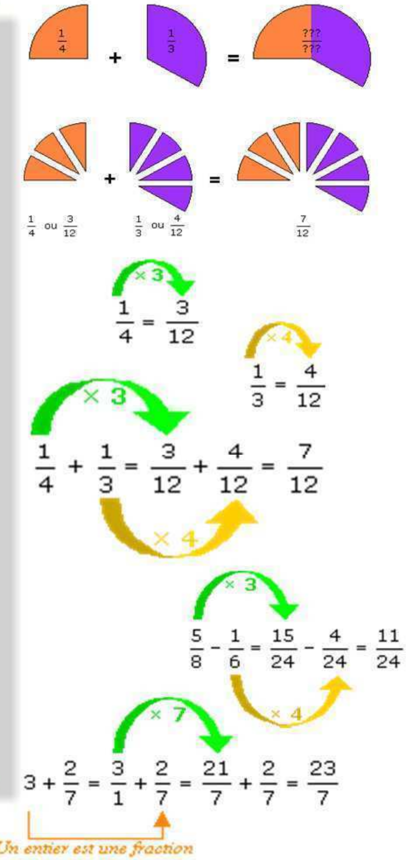


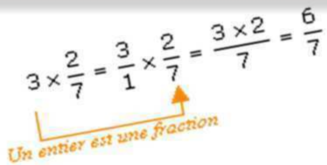


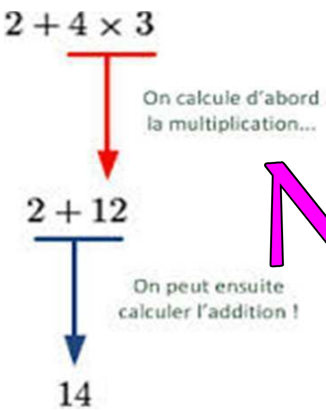






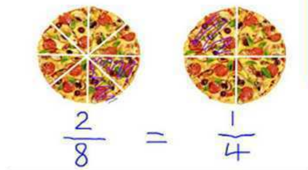


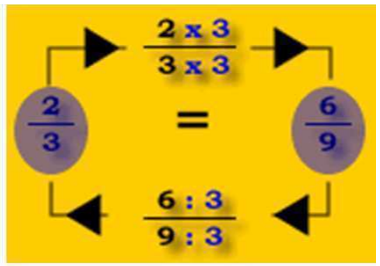




Numérique

Opérations





TECHNIQUES OPERATOIRES

Addition

		1	+ 1			
	1	2	3	4	, 5	
+		6	7	8	, 0	9
=	1	9	1	2	, 5	9

0 + 9 = 9

4 + 8 = 12 = 1 dizaine et 2 unités

Soustraction

	1	2	$_1$3	4	, 5
–	1	6	+ 1 7	8	
=		5	5	6	, 5

13 – 8 = 5   5 – 0 = 5

1 dizaine et 4 unités : 14 – 8 = 6

ATTENTION ! : Il faut écrire les termes en alignant d'abord les **UNITES**, puis les dizaines, les centaines…etc… les dixièmes, les centièmes.

Multiplication

		1	2	, 3	4	5	
x			6	, 7	8		
			9	8	7	6	0
+		8	6	4	1	5	•
+	7	4	0	7	0	•	•
=	8	3 ,	6	9	9	1	0

x 8

x 7

x 6

Les facteurs comportent 3 décimales et 2 décimales,
il y a donc 3 + 2 = 5 décimales au résultat.
(entier x 0,001 x 0,01 = entier x 0,00001)
On place la virgule en comptant 5 décimales.

ATTENTION, quand on effectue une multiplication, on n'obtient pas toujours un nombre plus grand. Ex : 20 x 0,4 = 8

Ordre de grandeur

Pour calculer l'ordre de grandeur d'une opération, on remplace les nombres par des nombres proches mais plus simples.

Ex : Un ordre de grandeur de 19,486 x 1,912 est 20 x 2 = 40.

TECHNIQUES OPERATOIRES

Division

DIVIDENDE = DIVISEUR x QUOTIENT + RESTE

Vocabulaire :

3 et 5 sont des **diviseurs** de 15.
15 est un **multiple** de 3 et de 5.
15 est **divisible** par 3 et par 5.

Le **quotient** de 15 par 3 est le nombre
qui multiplié par 3 donne 15 → ? x 3 = 15
5 est le quotient de 15 par 3 → 5 x 3 = 15
Donc on écrit 15 : 3 = 5

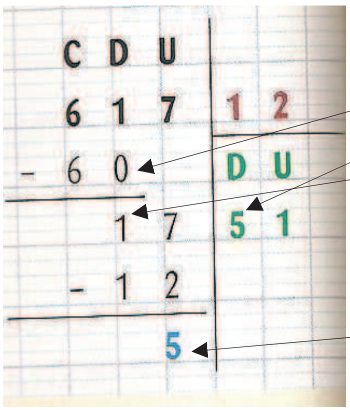
DIVIDENDE	DIVISEUR
	QUOTIENT
RESTE	

AVEC RESTE < DIVISEUR

Remarques : ATTENTION !!!

* Le reste doit toujours être inférieur au diviseur.
* On ne peut jamais diviser par 0.

Division euclidienne : les nombres sont entiers, **le quotient aussi**



Sur cette opération, on a repéré Centaines, Dizaines, Unités.

On cherche le multiple de 12 le plus proche de 61 → 60.
60 = 5 x 12
On calcule 61 – 60 = 1 (On écrit la soustraction ou pas.)

Il reste 1 dizaine, on 'abaisse' les 7 unités.

On cherche le multiple de 12 le plus proche de 17 → 12.
17 – 12 = 5. Il reste donc 5 unités.

617 = 12 x 51 + 5 et 5 < 12

Division décimale : au moins un nombre est décimal non entier, on franchit la décimale au quotient quand on la franchit au dividende.

3 cas

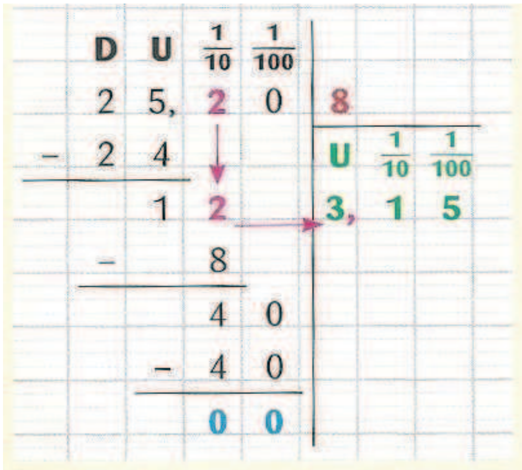
● Dividende et diviseur entiers : la division 'ne tombe pas juste, on la continue'
Ex : 5 : 4 = 1,25 On ajoute une virgule et des 0 (0 dixièmes, 0 centièmes…).

● Dividende décimal non entier : on continue l'opération après avoir franchi la virgule.
Ex : 5,4 : 4 = 1,35 On ajoute des 0 pour continuer l'opération si besoin.

● Diviseur décimal non entier : on peut multiplier le dividende et le diviseur par un multiple de 10 sans changer le résultat. => On revient à une division par un entier.
Ex : 5,25 : 4,2 = 52,5 : 42 = 1,25

A la fin du calcul, il y a deux possibilités :

● Si la division s'arrête, on a trouvé le **quotient exact.**
(Il n'est pas forcément entier, mais c'est la valeur exacte de l'opération.)
● Si la division ne s'arrête pas (**division périodique**), on ne pourra donner qu'une **valeur approchée** du résultat (par une troncature ou un arrondi).



Sur cette opération, on a repéré Dizaines, Unités, dixièmes et centièmes.

Attention !!! Ne pas oublier de placer la virgule au quotient avant d'abaisser le chiffre des dixièmes.

On ajoute un 0 dans les centièmes pour pouvoir continuer la division (on a le droit car 25,20 = 25,2).

Il reste 0, donc la division s'arrête :

25,2 : 8 = 3,15

3,15 est le quotient exact non entier de 25,2 par 8.

LES QUATRE OPERATIONS

OPERATION	Signe	Le résultat s'appelle…	a et b s'appellent…	Propriétés	OPERATION INVERSE	Signe	Le résultat s'appelle…	a et b s'appellent…	Remarques
ADDITION	$+$	La somme	Les termes	Quels que soient les décimaux, * $a + b = b + a$ * $(a + b) + c = a + (b + c)$ * $a + 0 = a$ * si a est entier, $a + 1$ est l'entier qui suit a	SOUSTRACTION	$-$	La différence	Les termes	Dans le système décimal, * $a - b$ n'existe que si $a \geq b$. * $a - b = 0$ si $a = b$.
MULTIPLICATION prioritaire sur addition et soustraction (s'il n'y a pas de parenthèses)	**X** **ou** **RIEN**	Le produit	Les facteurs	Quels que soient les décimaux, * $a \times b = b \times a$ * $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ * $a \times 1 = a$ * $a \times 0 = 0 \times a = 0$ * $k \times (a+b) = kxa + kxb$ $k \times (a-b) = kxa - kxb$	DIVISION prioritaire sur addition et soustraction (s'il n'y a pas de parenthèses)	**:** **ou** **/** **ou** $\frac{a}{b}$ **fract**	Le quotient	Le dividende et le diviseur	* b est **toujours** $\neq 0$ * $a : b$ n'existe pas toujours dans le système décimal. <u>Ex</u> $10 : 3 \approx 3{,}3333\ldots$ n'est pas décimal (il ne s'écrit pas avec un nombre fini de chiffres). * $a : b = 1$ si $a = b$. * $a : b \geq 1$ si $a \geq b$ * $a : b \leq 1$ si $a \leq b$

Règle de calcul : Dans une suite de calculs, on effectue d'abord les calculs situés à l'intérieur des parenthèses. <u>Ex</u> : $5 + (4 - 1) = 5 + 3 = 8$

ENCHAINEMENTS ET PRIORITES D'OPERATIONS

Les mathématiciens se sont mis d'accord pour adopter des règles communes, pour l'écriture ou le calcul. On les appelle des **conventions**.

Organisation des calculs

Exemple :

$$\begin{aligned}
& 3 \times [\,94 - (10 + 4)\,] \\
= \; & 3 \times [\,94 - \boxed{14}\,] \\
= \; & 3 \times \boxed{80} \\
= \; & \boxed{240}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 23 - [\,(\,3 \times (\,2 + 4{,}5\,)\,) - (\,2 \times 1{,}5\,)\,] \\
= \; & 23 - [\,(\,3 \times \boxed{6{,}5}\,) - (\,2 \times 1{,}5\,)\,] \\
= \; & 23 - [\,\boxed{19{,}5} - (\,2 \times 1{,}5\,)\,] \\
= \; & 23 - [\,19{,}5 - \boxed{3{,}5}\,] \\
= \; & 23 - \boxed{16{,}5} \\
= \; & \boxed{6{,}5}
\end{aligned}$$

L'ordre des priorités dans les calculs est :

1. **Puissances, Numérateur et Dénominateur des Quotients**
2. **Multiplications et Divisons de gauche à droite**
3. **Additions et Soustractions de gauche à droite**

Écriture des Puissances :

a au carré : $a^2 = a \times a$

a au cube : $a^3 = a \times a \times a$

a puissance 6 : $a^6 = a \times a \times a \times a \times a \times a$

Les calculs entre parenthèses et crochets

sont calculés en priorité, de l'intérieur vers l'extérieur

A l'intérieur des Parenthèses et Crochets, les mêmes règles de priorité s'appliquent.

La barre d'une fraction ou d'une racine carrée joue le rôle d'une parenthèse.

$A = 23 - [3 \times (2 + 4{,}5) - 2 \times 1{,}5]$

Les parenthèses les plus à l'intérieur

$A = 23 - [3 \times 6{,}5 - 2 \times 1{,}5]$

Les multiplications prioritaires à l'intérieur des parenthèses

$A = 23 - [19{,}5 - 3]$

Les parenthèses

$A = 23 - 16{,}5$

$\boxed{A = 6{,}5}$

La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Convention d'écriture :

On peut supprimer le signe ' x ' devant les lettres et devant les parenthèses.

$ab = a \times b$ et $2(3 + 4) = 2 \times (3 + 4)$

FRACTIONS

Ecriture fractionnaire : quotient de deux nombres a et b (b≠0)

$$a : b = \frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} \Leftarrow \text{a est le numérateur} \\ \Leftarrow \text{b est le dénominateur} \end{array}$$

$\frac{a}{b}$ est le quotient exact de a par b.

Fraction : $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers (b≠0)

Spéciales :

$\frac{1}{2}$ = un demi — $\frac{1}{10}$ = un dixième

$\frac{1}{3}$ = un tiers — $\frac{1}{100}$ = un centième

$\frac{1}{4}$ = un quart — $\frac{1}{1000}$ = un millième

(Remarque : Une fraction unitaire est une fraction de numérateur 1.)

Fractions décimales :

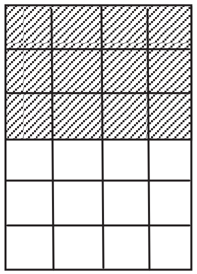
Fractions de dénominateur

10; 100; 1000 …etc…

Ex $\frac{27}{10}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{3268}{1000}$; $\frac{1}{10000}$

Deux quotients sont égaux
si on multiplie ou si on divise
le numérateur et le dénominateur
par un même nombre (≠ 0) :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$



Exemple : La tablette de chocolat…

moitié de la tablette = 3 barres sur 6 = 12 carrés sur 24

Il y a la même quantité !!! Donc $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{12}{24}$

Simplifier une fraction : trouver une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits

Fraction irréductible : fraction que l'on ne peut plus simplifier

Un nombre est divisible par… / Si…

Un nombre est divisible par…	Si…
Divisibilité par 2:	le chiffre des unités est 0; 2; 4; 6 ou 8
Divisibilité par 5:	le chiffre des unités est 0 ou 5
Divisibilité par 10:	le chiffre des unités est 0
Divisibilité par 100:	les deux derniers chiffres sont 00
Divisibilité par 1000:	les trois derniers chiffres sont 000
Divisibilité par 3:	la somme de ses chiffres est aussi divisible par 3
Divisibilité par 9:	la somme de ses chiffres est aussi divisible par 9
Divisibilité par 4:	le nombre formé par ses deux derniers chiffres est aussi divisible par 4.

IL EST IMPERATIF DE BIEN CONNAITRE SES TABLES DE MULTIPLICATION !

Règles de calcul

a, b, c, d sont des nombres,
c ≠ 0 et d ≠ 0

$$\frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

Pas de calcul direct possible :
mettre au même dénominateur

$$\frac{a}{e} + \frac{b}{e} = \frac{a+b}{e}$$

$$\frac{a}{e} - \frac{b}{e} = \frac{a-b}{e}$$

Pour comparer, additionner et soustraire :
mettre au même dénominateur !!!
(réduire au même dénominateur)

Pour multiplier : simplifier les fractions

Diviser, c'est multiplier par l'inverse !

pour a, b, c, d des nombres, a ≠ 0 b ≠ 0, c ≠ 0 et d ≠ 0

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Rappels :

$\frac{1}{a}$ est l'inverse de a (⚠ -a est son opposé),

$\frac{b}{a}$ est l'inverse de $\frac{a}{b}$ (⚠ $-\frac{a}{b}$ est son opposé).

Pourcentage : *p % d'une quantité = $\frac{p}{100}$ x quantité = p x quantité : 100*

JMlesMathsFaciles.fr.nf

MA BOITE A OUTILS MATHS-COLLEGE

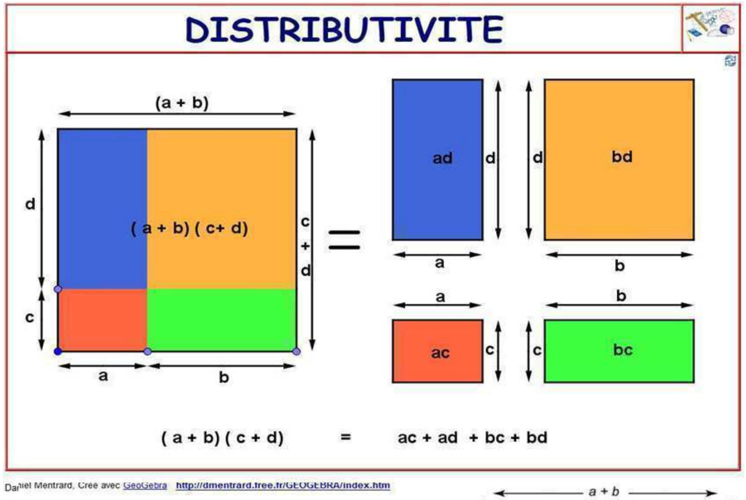
NUMERIQUE - OPERATIONS 4.

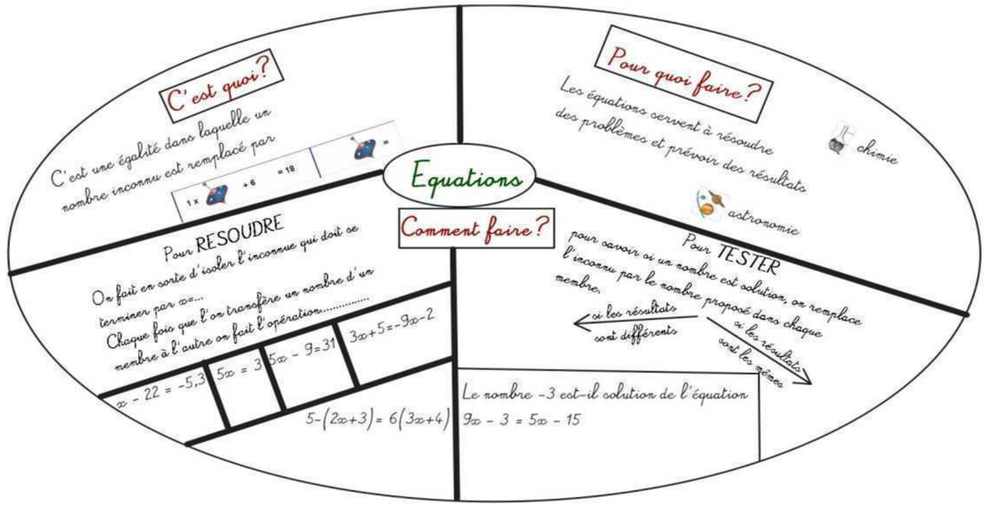
COMPLEMENT .

Définition : Nombre premier => Nombre divisible seulement par 1 et lui-même.

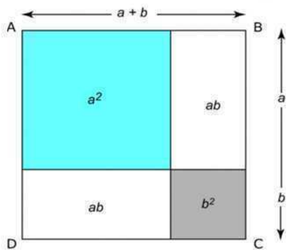
DECOMPOSITIONS

1	Nombre premier	21	3 x 7	41	Nombre premier	61	Nombre premier	81	3x3x3x3 (9x9; 3x27)
2	Nombre premier	22	2 x 11	42	2x3x7 (2x21; 3x14; 6x7)	62	2 x 31	82	2 x 41
3	Nombre premier	23	Nombre premier	43	Nombre premier	63	3x3x7 (3x21; 9x7)	83	Nombre premier
4	2 x 2	24	2x2x2x3 (2x12; 3x8; 4x6)	44	2x2x11 (2x22; 4x11)	64	2x2x2x2x2x2 (2x32; 4x16; 8x8)	84	2x2x3x7 (2x42;4x21;6x14;3x28;12x7)
5	Nombre premier	25	5 x 5	45	3x3x5 (3x15; 5x9)	65	5 x 13	85	5 x 17
6	2 x 3	26	2 x 13	46	2 x 23	66	2x3x11 (2x33; 3x22; 6x11)	86	2 x 43
7	Nombre premier	27	3x3x3 (3x9)	47	Nombre premier	67	Nombre premier	87	3 x 29
8	2x2x2 (2x4)	28	2x2x7 (2x14; 4x7)	48	2x2x2x2x3 (2x24;3x16;4x12;8x6)	68	2x2x17 (2x34; 4x17)	88	2x2x2x11 (2x44; 4x22; 8x11)
9	3 x 3	29	Nombre premier	49	7 x 7	69	3 x 23	89	Nombre premier
10	2 x 5	30	2x3x5 (2x15; 5x6; 3x10)	50	2 x 5 x 5 (2x25; 5x10)	70	2x5x7 (2x35; 5x14; 7x10)	90	2x3x3x5 (3x30; 5x18; 6x15; 10x9)
11	Nombre premier	31	Nombre premier	51	3 x 17	71	Nombre premier	91	7 x 13
12	2x2x3 (2x6; 3x4)	32	2x2x2x2x2 (2x16; 4x8)	52	2x2x13 (4x13; 2x26)	72	2x2x2x3x3 (2x36;3x24;4x18;6x12;8x9)	92	2x2x23 (2x46; 4x23)
13	Nombre premier	33	3 x 11	53	Nombre premier	73	Nombre premier	93	3 x 31
14	2 x 7	34	2 x 17	54	2x3x3x3 (2x27; 3x18; 6x9)	74	2 x 37	94	2 x 47
15	3 x 5	35	5 x 7	55	5 x 11	75	3x5x5 (3x25; 5x15)	95	5 x 19
16	2x2x2x2 (2x8; 4x4)	36	2x2x3x3 (2x18; 3x12; 4x9; 6x6)	56	2x2x2x7 (2x28; 4x14; 7x8)	76	2x2x19 (2x39; 4x19)	96	2x2x2x2x2x3 (2x48;3x32;4x24;6x16;8x12)
17	Nombre premier	37	Nombre premier	57	3 x 19	77	7 x 11	97	Nombre premier
18	2x3x3 (2x9; 3x6)	38	2 x 19	58	2 x 29	78	2x3x13 (2x39; 3x26; 6x13)	98	2x7x7 (2x49; 14x7)
19	Nombre premier	39	3 x 13	59	Nombre premier	79	Nombre premier	99	3x3x11 (3x33; 9x11)
20	2x2x5 (2x10; 4x5)	40	2x2x2x5 (2x20; 4x10; 5x8)	60	2x2x3x5 (2x30;3x20;4x15;5x12;6x10)	80	2x2x2x2x5 (2x40; 4x20;8x10; 5x16)	100	2x2x5x5 (2x50;5x20;4x25;10x10)





$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



$ax+b=0$

$ax+b-b=0-b$ On soustrait b dans chaque membre

$ax=-b$

$\frac{1}{a}\times ax=\frac{1}{a}\times\left(-b\right)$ On multiplie chaque membre par $\frac{1}{a}$

$x=\frac{-b}{a}$

$$10x-5=1+2x$$
$$10x-5-2x=1+2x-2x$$
$$8x-5=1$$
$$8x-5+5=1+5$$
$$8x=6$$
$$\frac{8x}{8}=\frac{6}{8}$$
$$x=\frac{6}{8}$$
$$x=\frac{3}{4}$$

Numérique

Equations

$(x-2)(-x-3)=0 \rightarrow$ équation produit

$x-2=0$ ou $-x-3=0$

$x=2$ ou $-x=3$

$x=2$ ou $x=-3$

$S=\{2;-3\}$

CALCUL LITTERAL
DEVELOPPEMENTS ET FACTORISATIONS

Expression littérale : un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres.

Pour simplifier l'écriture :

* Suppression du signe x devant les lettres et devant les parenthèses,
* Suppression du 1 : on peut écrire a au lieu de 1a,
* Suppression des parenthèses autour des produits (qui sont prioritaires sur l'addition et la soustraction).

Réduire,

c'est écrire le plus simplement possible :
supprimer les parenthèses et effectuer les calculs

Rappel : L'opposé d'une somme est
la somme des opposés de chacun des termes.

$a - b = a + (-b)$

$-(a + b) = -a - b$

$-(a - b) = -a + b$

EXEMPLES :

$4 + (-2t) = 4 - 2t$

$-(2x + 3) = -2x - 3$

$-(2x - 3) = -2x + 3$

$5 - (-2 + x - 3y) = 5 + 2 - x + 3y$

Développer,

c'est changer d'opération principale :
multiplication devient addition ou soustraction.

	a	b
c	ac	bc
d	ad	bd

Forme factorisée — ON DEVELOPPE → Forme développée

$k \times (a+b) = k(a+b) = ka + kb$

$k \times (a-b) = k(a-b) = ka - kb$

$(a+b)\ (c+d) = a(c+d) + b(c+d)$
$= ac + ad + bc + bd$

$(a-b)\ (c-d) = a(c-d) - b(c-d)$
$= ac - ad - bc + bd$

$(a-b)\ (c+d) = a(c+d) - b(c+d)$
$= ac + ad - bc - bd$

Forme factorisée ← ON FACTORISE — Forme développée

$3\ (4 + 3) = 3\times4 + 3\times3 = 12 + 9 = 21$

$3\ (2 - 12) = 3x2 - 3\times12 = 6 - 36 = -30$

$3\ (2z + 4) = 3x2z + 3x4 = 6z + 12$

$-5\ (2x - 3) = -5x2x + 5x3 = -10x + 15$

$(2x + 3)\ (3y + 4) = 2x3\ xy + 4x2x + 3x3y + 3x4$
$= 6\ xy + 8x + 9y + 12$

$(2x - 3)\ (3y - 4) = 2x3\ xy - 4x2x - 3x3y + 3x4$
$= 6\ xy - 8x - 9y + 12$

$(2x + 3)\ (3x - 4) = 2x3\ x^2 - 4x2x + 3x3x - 3x4$
$= 6\ x^2 - 8x + 9x - 12 = 6\ x^2 + x - 12$

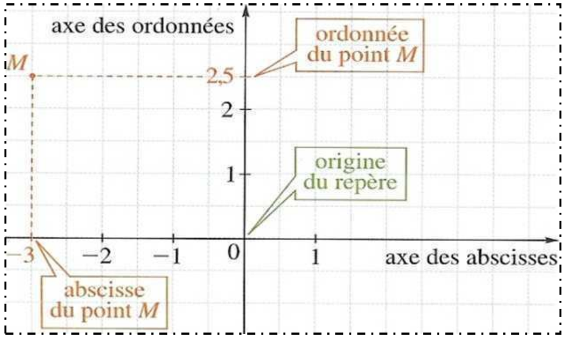
Factoriser,

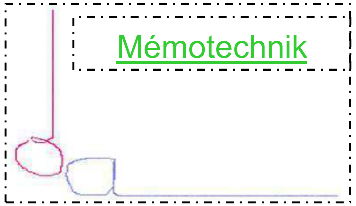
c'est changer d'opération principale :
addition ou soustraction devient multiplication.

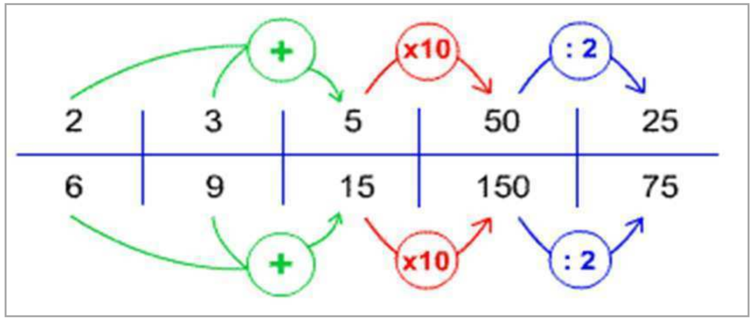
Attention : Factoriser est difficile,
il faut faire apparaitre ce qui est en commun,
le facteur commun, dans chacun des termes.

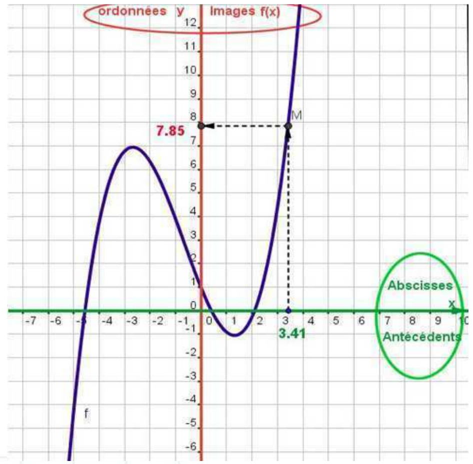
$3a - 27 = 3xa - 3x9 = 3(a-9)$

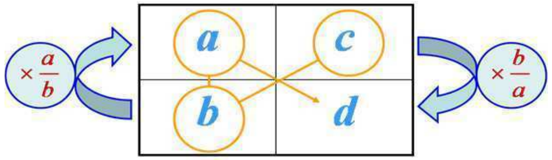
3 est le facteur commun : "3 facteur de a–9"



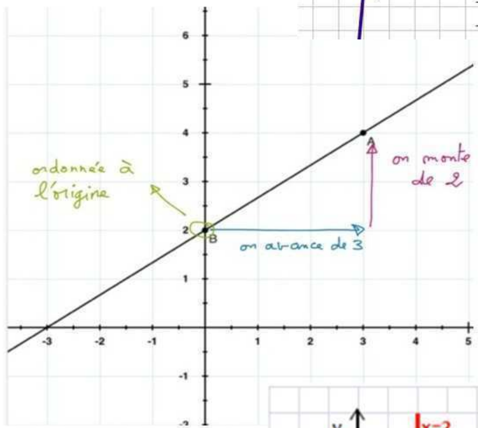






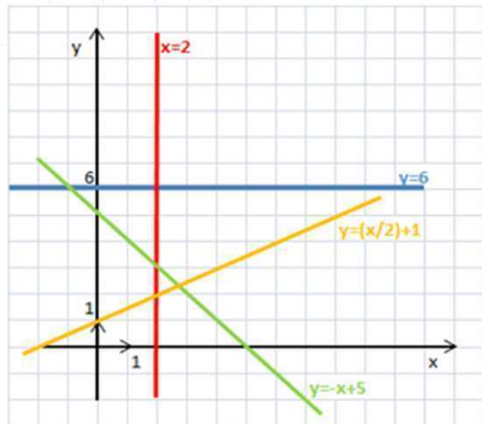


$$d = c \times \frac{b}{a} = \frac{c \times b}{a} = c \times b \div a$$



Numérique

Proportionnalité



Fonctions

CALCULS DE PROPORTIONNALITE

Il y a principalement quatre méthodes pour calculer en situation de proportionnalité.

Sur le marché, Mr Martin vend des pommes.

Quantité de pommes (en kg)	3	4	7	12
Prix payé (en €)	1,77			

÷ 0,59 × 0,59

1) En utilisant le coefficient de proportionnalité (passage par l'unité)

Méthode : Exemple pour 4 kg

On trouve le coefficient $1,77 \div 3 = 0,59$

On calcule pour 4 kg $4 \times 0,59 = 2,36$

Le prix payé pour 4 kg est de 2,36 €

2) En additionnant si possible deux « colonnes » du tableau

Méthode : Exemple pour 7 kg

On connaît le prix payé pour 3 et 4 kg.

Comme 3 + 4 = 7, on additionne les prix payés pour 3 et 4 kg : 1,77 + 2,36 = 4,13.

Le prix payé pour 7 kg est de 4,13 €.

Quantité de pommes (en kg)	3	4	7
Prix payé (en €)	1,77	2,36	?

+ +

3) En multipliant si possible une « colonne » par un nombre

Méthode : Exemple pour 12 kg

On connaît le prix payé pour 3 kg.

Comme $3 \times 4 = 12$, on multiplie le prix payé pour 3 kg par 4 : $1,77 \times 4 = 7,08$

Le prix payé pour 12 kg est de 7,08 €.

× 4

Quantité de pommes (en kg)	3	12
Prix payé (en €)	1,77	?

x 4

4) En calculant la 4ème proportionnelle grâce au produit en croix

Méthode : Exemple pour 4 kg

On calcule la 4ème proportionnelle : $\frac{1,77 \times 4}{3} = 2,36$.

Le prix payé pour 4 kg est de 2,36 €.

Quantité de pommes (en kg)	3	4
Prix payé (en €)	1,77	?

PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSES

Grandeurs proportionnelles

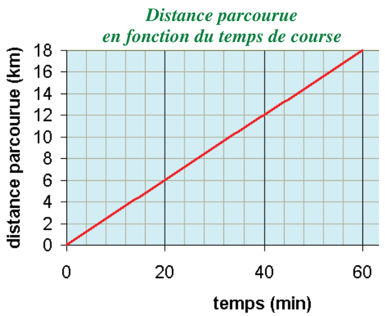
Deux grandeurs sont proportionnelles si pour calculer les valeurs de l'une, on multiplie les valeurs de l'autre par un même nombre, le coefficient de proportionnalité.

Ex : Situations de proportionnalité dans la vie courante

- la quantité de farine dans un gâteau en fonction du nombre de personnes,
- la distance sur une carte et la distance réelle,
- le prix payé pour un plein d'essence et le volume d'essence acheté.

Graphique

Les points obtenus dans une situation de proportionnalité sont situés sur une droite qui passe par l'origine du repère.



Résoudre un problème

Dans tous les cas, il faut repérer les grandeurs du problème et s'assurer qu'il y a proportionnalité. Puis :

- on fait un tableau avec les grandeurs proportionnelles et les unités s'il y en a,
- on complète le tableau avec les nombres du texte,
- on fait les calculs en indiquant la méthode choisie,
- on répond par une phrase.

Applications

Pourcentage

p % d'une quantité = $\frac{p}{100}$ x quantité = quantité x p : 100 (ex : 20% de 78 = $\frac{20}{100}$ x 78)

On peut aussi calculer les pourcentages dans un tableau de proportionnalité.

Echelle

Sur un plan à l'échelle, les distances réelles et les distances du plan sont proportionnelles.
Le coefficient de proportionnalité est

l'échelle = $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$

! même unité

Remarque : Lors d'une réduction, l'échelle est inférieure à 1 (distance sur le plan < distance réelle).
Lors d'un agrandissement, l'échelle est supérieure à 1 (distance sur le plan > distance réelle).

Mouvement uniforme

Lorsque la vitesse d'un mobile est constante, on dit que le mouvement est uniforme (=> régulier).
Les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles.
Le coefficient est la vitesse du mobile.

Mesure du temps

On utilise la proportionnalité pour les durées exprimées en heures décimales. !

4,57h ≠ 4h57min; 2,5h ≠ 2h50 min

Vitesse moyenne

vitesse moyenne = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$

! unités

<=> distance = vitesse moyenne x temps

Ex : Un piéton qui parcourt 14 km en 2h marche à la vitesse moyenne V = 14 / 2 = 7 km/h.

Changement d'unité de vitesse

Ex : Une voiture roule à 126 km/h. Et en m/s ?

V = $\frac{126\ 000}{3\ 600}$ = 35 m/s

Grandeurs composées

Remarque :

Les aires et volumes sont des « grandeurs produits » : A = longueur x longueur ou V = aire x longueur . *Ex d'unités: m^2, cm^3*

Les vitesses et débits sont des « grandeurs quotients » : V = distance / temps ou D = volume / temps . *Ex d'unités: m/s ou $m.s^{-1}$, km/h ou $km.h^{-1}$*

PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSES

Exemples

Résoudre un problème

Dans une recette de gâteau, il faut 4 œufs pour 6 personnes.
Combien faut-il d'œufs pour 9 personnes ?
C'est une situation de proportionnalité,
les deux grandeurs sont le nombre d'œufs et de personnes.

Nombre d'œufs	4	?
Nombre de personnes	6	9

On utilise la 4ème proportionnelle :
nombre d'œufs nécessaires : $\frac{9 \times 4}{6} = 6$
Il faut 6 œufs pour un gâteau de 9 personnes.

Calculer un pourcentage d'un nombre

Dans une bibliothèque de 1350 livres, 20% des ouvrages sont des bandes dessinées. Combien y a-t-il de BD ?
On calcule : Nombre de BD = 20% de 1350 = $1350 \times \frac{20}{100}$,
ou dans un tableau de proportionnalité :

Nombre total d'ouvrages	100	1350
Nombre de BD	20	?

: 5

$? = \frac{1350}{5} = 270$ Il y a donc 270 BD dans la bibliothèque.

Mesure du temps

Exprimer 3,25 h en minutes. (⚠ 3,25 h ≠ 3h 25min ⚠)
Calcul avec la 4e proportionnelle : t = 3,25 x 60 = 195 min

1	3,25
60	t

Echelles de réduction et d'agrandissement

A partir d'un plan à l'échelle $\frac{1}{250}$, calculer la distance réelle représentée par 2 et 3 cm sur le plan.
On multiplie par 250 pour obtenir les distances réelles.
1 cm sur le plan => 250 cm en réalité

Distance sur le plan (en cm)	1	2	3
Distance réelle (en cm)	250	500	750

\+ \+ x 1 / 250

2 cm représentent en réalité 500 cm = 5 m,
et 3 cm représentent 750 cm = 7,5m.

Mouvement uniforme

Une voiture roule à allure régulière. Elle parcourt 20 mètres chaque seconde. Combien parcourt-elle en 20s et en 60s ?
C'est un mouvement uniforme,
le temps et la distance
sont donc proportionnels.

× 20 × 3

Temps (en s)	1	20	60
Distance (en m)	20	400	1200

x 20 x 3

Vitesse moyenne

Qui a la plus grande vitesse moyenne (calculer en mètre par minute) *?*
Noah parcourt 1,6 km en 20 min.
Léo parcourt 250 m en 3 min.
Paul met 5 min pour faire 450 m.

Vitesse moyenne de Noah = 1600 : 20 = 80 m/min
Vitesse moyenne de Léo = 250 : 3 ≅ 83,$\underline{3}$… m/min
Vitesse moyenne de Paul = 450 : 5 = 90 m/min

Paul marche le plus vite en moyenne.

DISTANCES ET REPERES

Repérage sur une droite

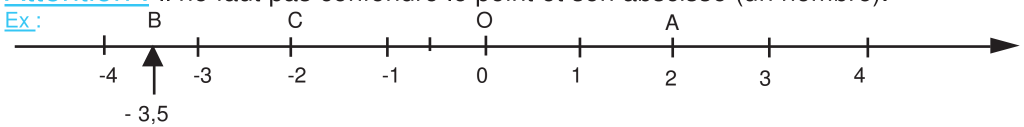
On utilise les nombres relatifs pour repérer des points sur une droite.

Abscisse : Sur une droite graduée,
- chaque point est repéré par un nombre : l'abscisse, notée entre parenthèses,
- à chaque nombre correspond un point.

L'origine O a pour abscisse 0 (zéro). On écrit O (0).

Attention : Il ne faut pas confondre le point et son abscisse (un nombre).

Ex :



B a pour abscisse -3,5 : on écrit B (- 3,5). A a pour abscisse 2 : on écrit A (2).

Remarque : Les nombres relatifs qui ont des signes contraires et la même distance à zéro sont des opposés.

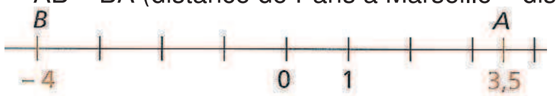
Ex : A(2) et C(-2) O est le milieu du segment [AC].

Calculs de distance

Distance entre deux points: Distance de A à B = Longueur de [AB] = AB = BA = différence des abscisses = abscisse la plus grande – abscisse la plus petite

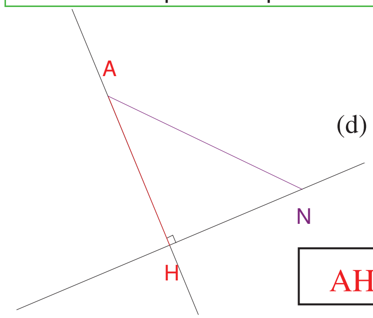
Remarques

* La distance est toujours un nombre positif (On dit : il y a 20 km et non – 20 km).
* AB = BA (distance de Paris à Marseille = distance de Marseille à Paris).



Ex :AB = 3,5 – (– 4) = 3,5 + 4 = 7,5

Distance entre un point et une droite:
distance du point au pied de la perpendiculaire à la droite passant par ce point.



AH < AN

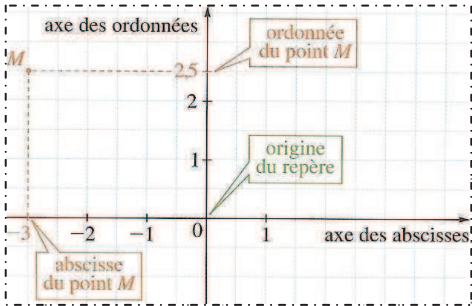
Ex : Distance de A à (d)
= *distance de A au pied de la perpendiculaire à (d) passant par A*
= AH

Propriété (conséquence du Théorème de Pythagore)
La distance d'un point à une droite est la plus petite de toutes les distances de ce point à un point de la droite.

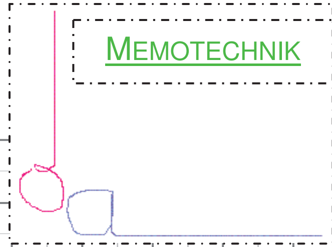
Repérage dans un plan

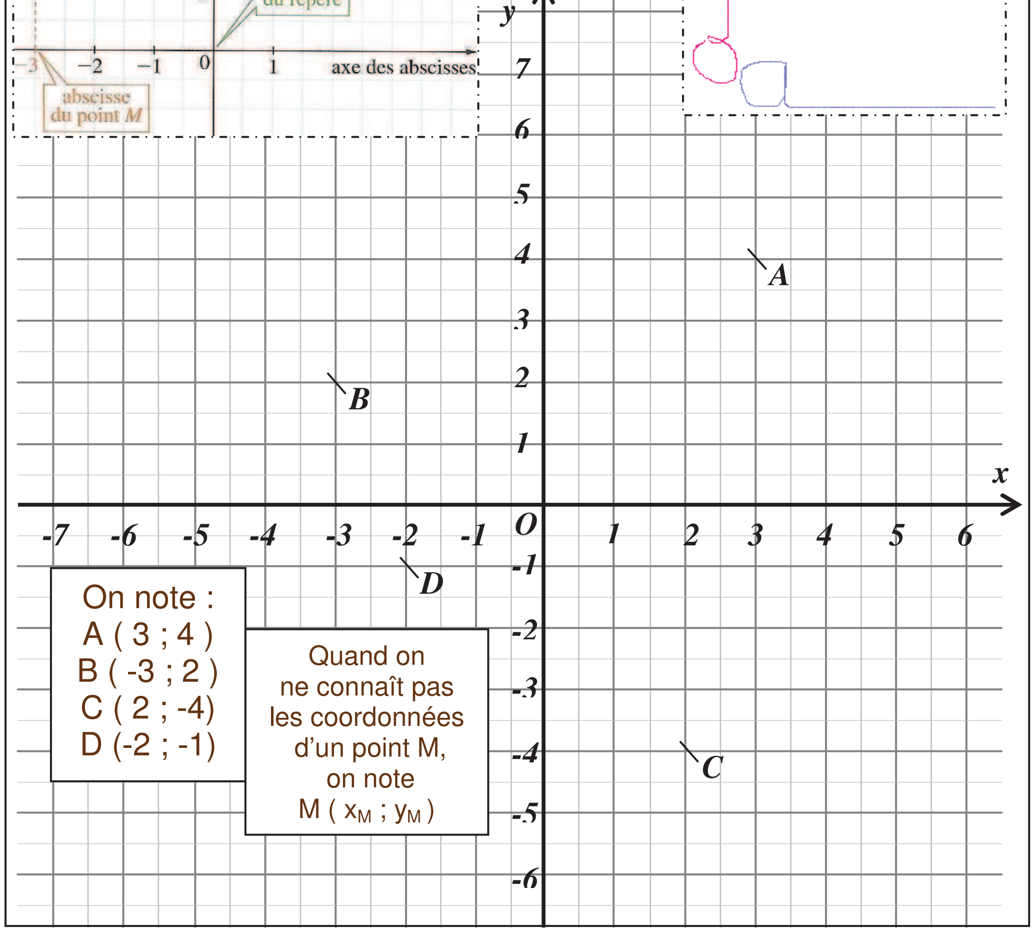
On quadrille un plan géométrique pour repérer la position de chaque point.

Repère orthonormé : (O,x,y) est constitué de deux droites perpendiculaires graduées avec la même unité de longueur. (Ox) et (Oy) s'appellent les axes.
Chaque point peut être repéré par deux nombres relatifs : les coordonnées.
La 1ère coordonnée, lue sur l'axe (Ox), s'appelle l'abscisse.
La 2ème coordonnée, lue sur l'axe (Oy), s'appelle l'ordonnée.



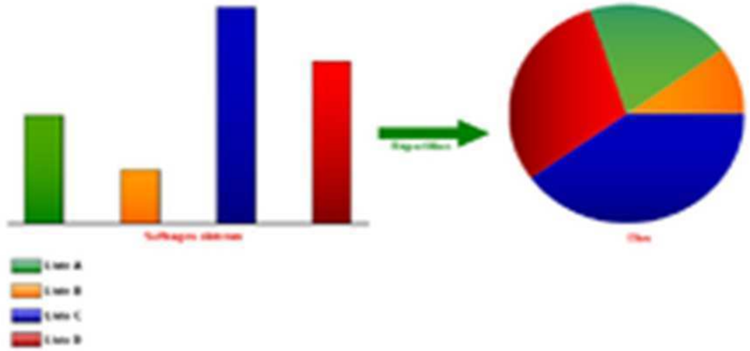
Ex : Coordonnées du point : M (-3 ; 2,5)

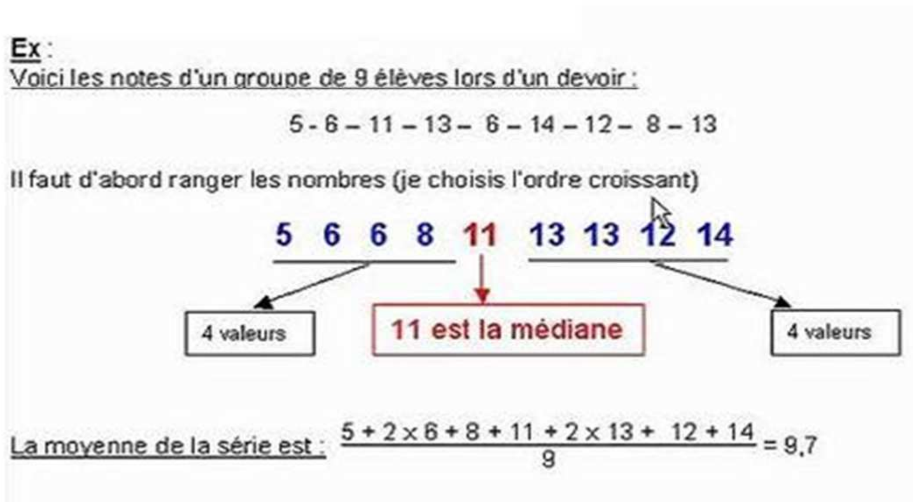




On note :
A (3 ; 4)
B (-3 ; 2)
C (2 ; -4)
D (-2 ; -1)

Quand on ne connaît pas les coordonnées d'un point M, on note M (x_M ; y_M)




Ex :
Voici les notes d'un groupe de 9 élèves lors d'un devoir :

5 - 6 – 11 – 13 – 6 – 14 – 12 – 8 – 13

Il faut d'abord ranger les nombres (je choisis l'ordre croissant)

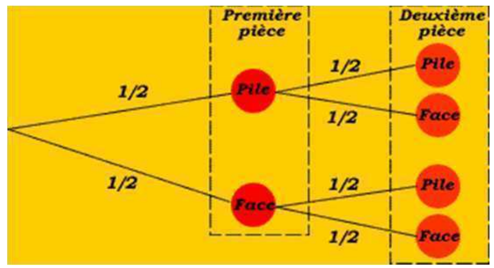
5 6 6 8 11 13 13 12 14

4 valeurs | 11 est la médiane | 4 valeurs

La moyenne de la série est : $\frac{5 + 2 \times 6 + 8 + 11 + 2 \times 13 + 12 + 14}{9} = 9{,}7$

Numérique

Statistiques



ORGANISATION DE DONNEES

Statistiques

Série statistique : Liste de données

Ex : liste de réponses des personnes interrogées pour un sondage
- liste des notes des élèves passant le brevet en 2010 en maths
- liste des âges des salariés d'une entreprise …etc…

Organisation : On présente souvent les séries statistiques dans un tableau.

Effectif d'une valeur : Nombre de fois où elle apparait

Effectif total : Effectif de toutes les données = Somme de tous les effectifs.

Ex : L'effectif des salariés de 32 ans est le nombre de salariés ayant 32 ans.

Classes

Regroupement

Classes : Si les données sont dispersées (trop nombreuses), on peut les regrouper en groupes de données pour faciliter leur lecture : les classes.

Amplitude de la classe = plus grande valeur – plus petite valeur

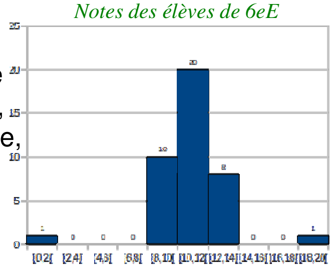
Ex : L'âge des personnes interrogées peut-être regroupé en classes de 10 ans d'amplitude : de 0 à 9 ans, de 10 à 19 ans, de 20 à 29 ans, de 30 à 39 ans …etc…

ATTENTION
Chaque valeur doit être dans une classe et une seule.
En utilisant des classes, les résultats sont plus simples mais moins précis.

Effectif de la classe = Somme des effectifs de toutes les données de la classe

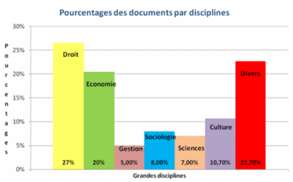
Histogramme

Notes des élèves de 6eE



Vocabulaire : Dans ce cas, on peut représenter la série statistique sous la forme d'un ''diagramme en rectangles'', appelé histogramme. Si les classes ont la même amplitude, les rectangles ont la même largeur.

Remarque : ⚠ Les ordinateurs confondent ''histogramme'' et ''diagramme en bâtons''.



Graphiques

Graphique cartésien ou courbe

On présente une grandeur en ordonnée en fonction d'une autre en abscisse.

Les axes sont gradués de façon régulière.

Cela permet de représenter une évolution, comme dans le carnet de santé par exemple.

Quantité de levure en fonction de la quantité de pain

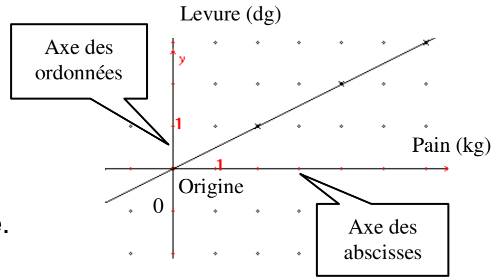
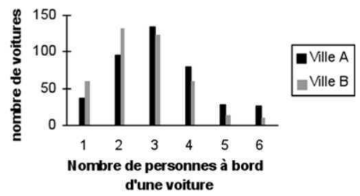


Diagramme en bâtons

Les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs qu'ils représentent.
Si besoin, on complète un tableau de proportionnalité pour calculer la hauteur de chaque ''bâton''.

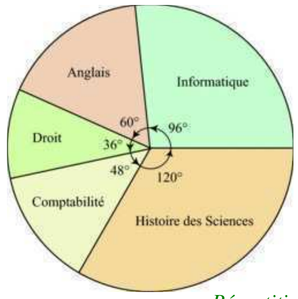
Nombre de personnes à bord d'une voiture



Diagrammes circulaires

Les angles des secteurs sont proportionnels aux effectifs qu'ils représentent.

Option choisie par les étudiants



Le coefficient de proportionnalité est
- pour un diagramme circulaire :

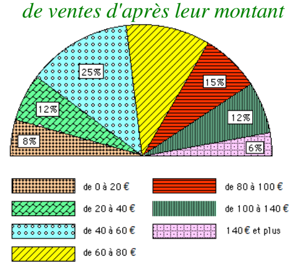
$$\text{coef} = \frac{360}{\text{Effectif total}}$$

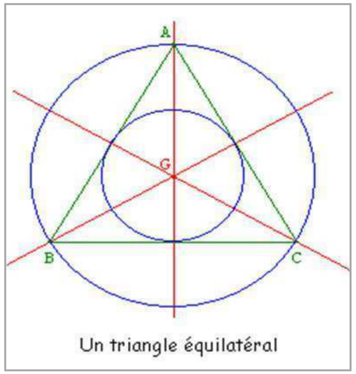
- pour un diagramme semi-circulaire :

$$\text{coef} = \frac{180}{\text{Effectif total}}$$

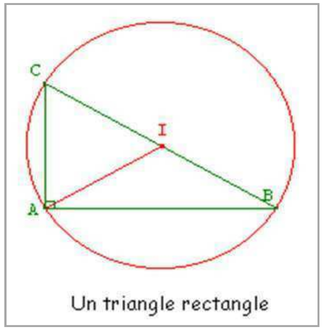
On doit compléter un tableau de proportionnalité pour calculer la mesure de chaque angle.

Répartition en % du nombre de ventes d'après leur montant

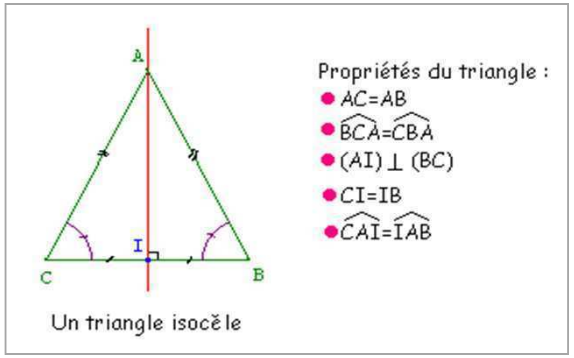




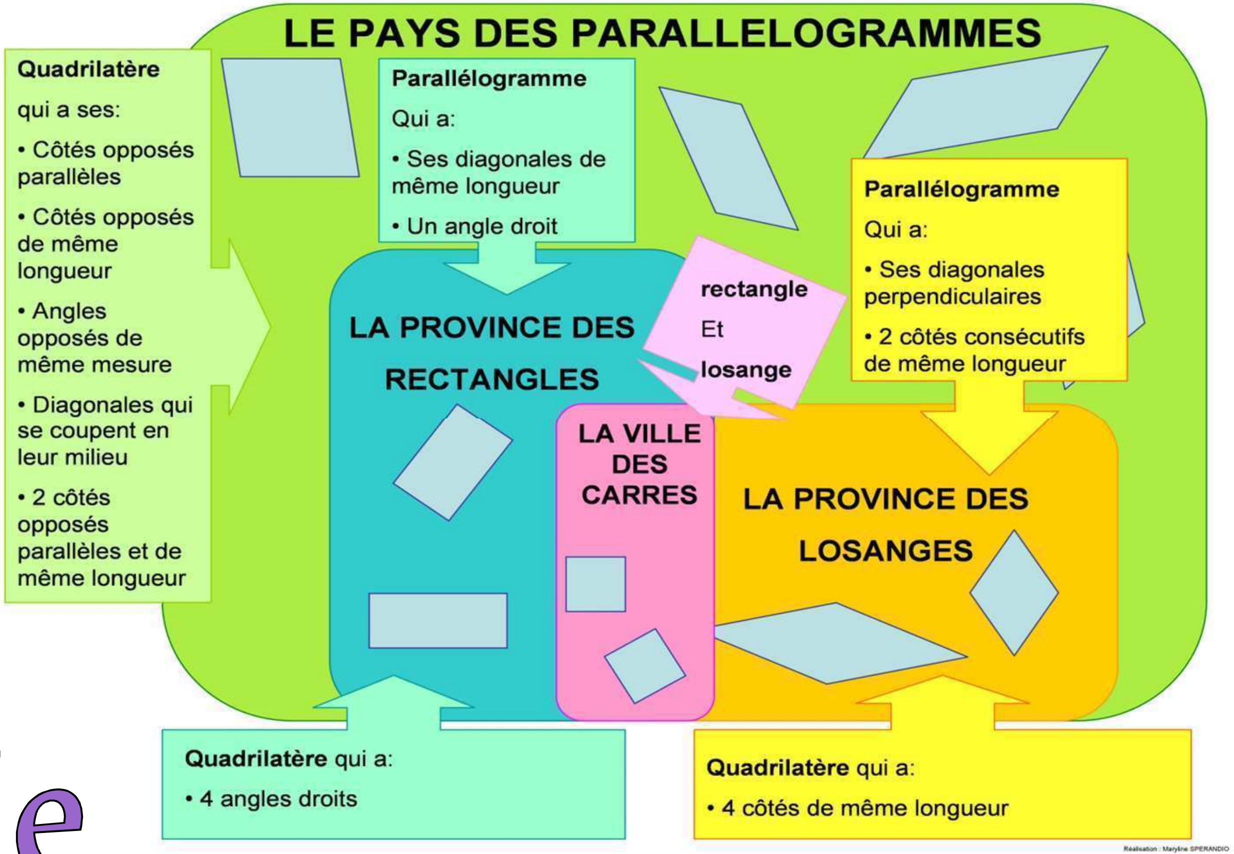
Un triangle équilatéral



Un triangle rectangle

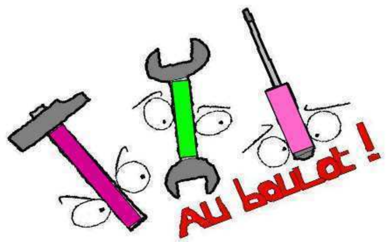


Un triangle isocèle



Géométrie

Eléments Usuels



ELEMENTS DE GEOMETRIE, NOTATIONS ET DEFINITIONS

Géométrie plane : géométrie dans le plan.
Plan : surface infinie, symbolisée par la feuille de papier (limitée à ses bords).

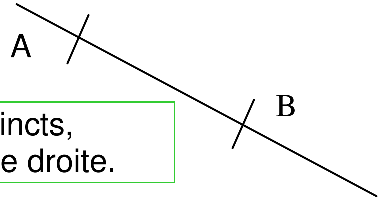
Point Lieu (ni longueur ni épaisseur), nommé par une majuscule, représenté par une croix ou une intersection de droites.

Exemple :
x A
x B
x C

On utilise : × Mais pas : ● ■

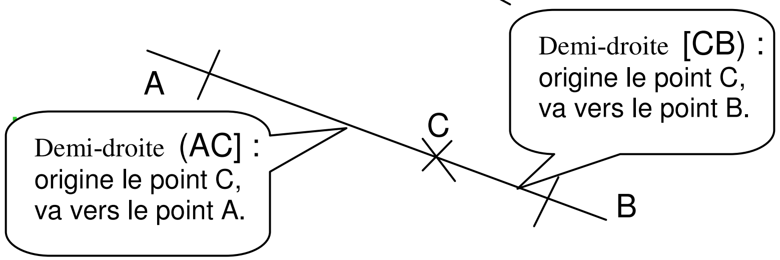
Points alignés : *Des points sont alignés s'ils sont sur une même droite.*

Droite (AB) Infinité de points alignés. On en trace une partie à la règle. Elle est illimitée, on peut prolonger son dessin si nécessaire.



Par deux points distincts, il ne passe qu'une seule droite.

Demi-droites (AC] et [CB)



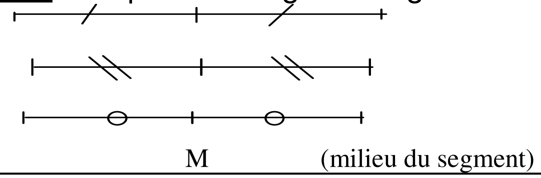
Segment [AB] Partie de la droite (AB) formée de tous les points situés entre A et B ([AB] et [BA] => même segment).

Extrémités : *A et B*

Distance AB Distance entre les points A et B

Segment : constitué d'une infinité de points et mesurable à la règle
Droite et demi-droite : infinies => n'ont pas de longueur

Coder la figure : marquer les longueurs égales avec des signes



!!! Le milieu est un point. La moitié est un nombre (la moitié de la longueur). !!!

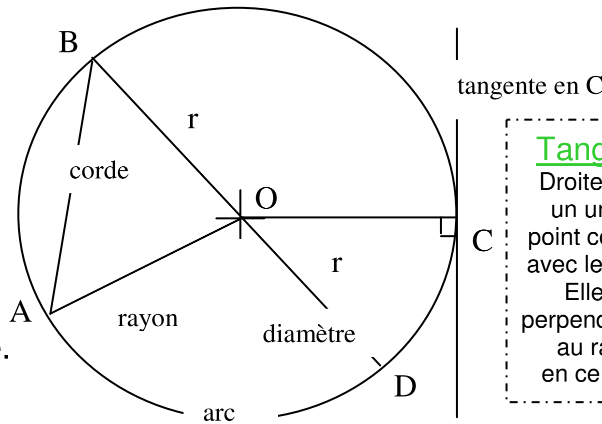
Symbole ∈ : signifie 'appartient à' *Ex* : C ∈ (AB)

Symbole ∉ : signifie 'n'appartient pas à'

Polygone Figure plane fermée dont les côtés sont des segments.

Cercle Tous les points situés à la même distance du centre.

M appartient au cercle de centre O et de rayon r <=> OM = r.



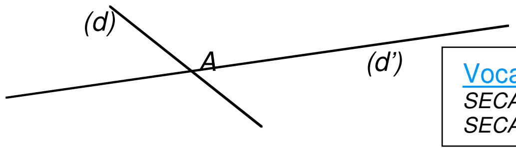
[AB] est une corde.
[OA] est un rayon.
[BD] est un diamètre.
$\overset{\frown}{AD}$ est un arc.

Tangente
Droite ayant un unique point commun avec le cercle. Elle est perpendiculaire au rayon en ce point.

DROITES

Définitions

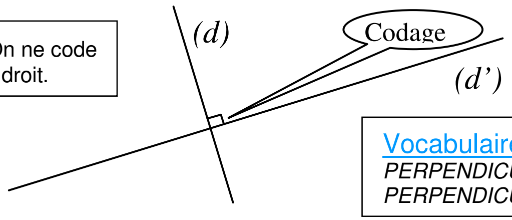
Droites sécantes : Droites qui ont un seul point commun, le point d'intersection.



Vocabulaire
SECANTE vient du verbe latin SECARE qui signifie COUPER.

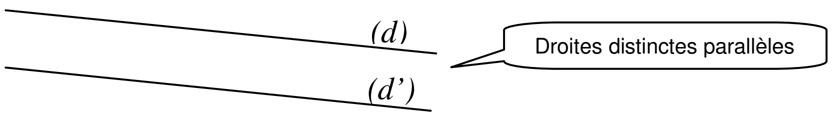
Droites perpendiculaires :
Droites qui se coupent en formant quatre angles droits (90°). On note (d) ⊥ (d')

Remarque : On ne code qu'un seul angle droit.



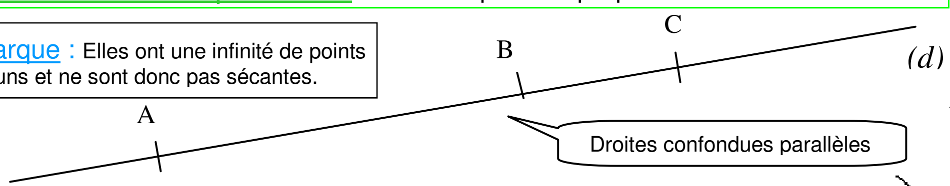
Vocabulaire
PERPENDICULAIRE vient du latin PERPENDICULUM qui signifie FIL A PLOMB.

Droites parallèles :
Droites qui ne sont pas sécantes. (même en les prolongeant). On note (d) // (d').



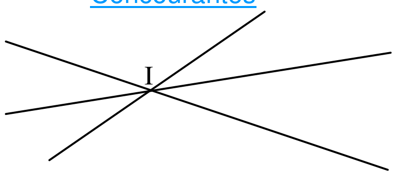
Droites confondues parallèles : Droites qui se superposent.

Remarque : Elles ont une infinité de points communs et ne sont donc pas sécantes.

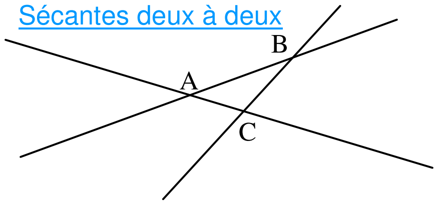


Position de droites sécantes

Concourantes



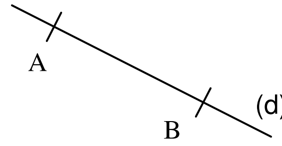
Sécantes deux à deux



Propriétés

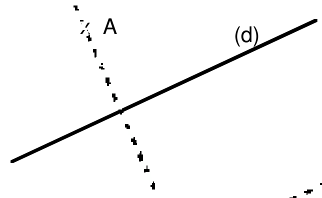
Deux points

Propriété : Droite passant par deux points
Par deux points distincts A et B,
il ne passe qu'une seule droite : (AB) ou (BA).

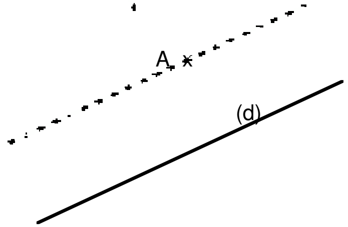


Droites et Points

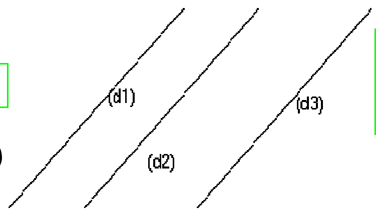
Propriété : Droite perpendiculaire passant par un point
Par un point donné, on ne peut tracer qu'une seule perpendiculaire à une droite donnée.



Propriété : Droite parallèle passant par un point
Par un point donné, on ne peut tracer qu'une seule parallèle à une droite donnée.

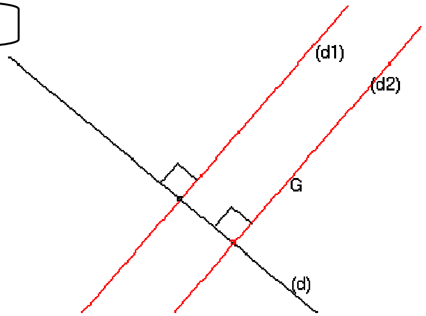


Droites perpendiculaires et parallèles



Si (d1)//(d2) et (d2)//(d3) alors (d1)//(d3)

Propriété : Parallèles
Si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.



Si (d1)//(d2) et (d)⊥(d1) alors (d)⊥(d2)

Propriété : Parallèles et perpendiculaires
Si deux droites sont parallèles entre elles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si (d1)⊥(d) et (d2)⊥(d) alors (d1)//(d2)

Propriété réciproque
Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

PRINCIPE DE LA DEMONSTRATION

Je sais que…

DONNEES

de l'énoncé
ou
conclusions précédentes

…ce que je sais pour la question…

Or…

OUTIL

Définition

Propriété

Théorème

Réciproque

…ce que j'ai appris dans mon cours…

Donc…

CONCLUSION

que je pourrai utiliser
ensuite comme donnée
si besoin

…ce que je dois prouver…

POLYGONES

Nature des polygones

Le nombre de sommets (ou de côtés, ou d'angles) indique la nature du polygone.

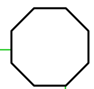
Nombre de sommets	Nature du polygone
3	Triangle
4	Quadrilatère
5	Pentagone
6	Hexagone
7	Heptagone
8	Octogone
9	Ennéagone ou Nonagone
10	Décagone
12	Dodécagone

Notation

Les polygones ont un nom : il est donné par la lecture des sommets en suivant les côtés.
On peut commencer par n'importe lequel des sommets,
et tourner dans l'un ou l'autre sens autour de la figure.
Ex : ABCD ou BCDA ou DABC ou DCBA …etc...

Vocabulaire

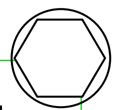
Deux côtés consécutifs d'un polygone sont deux côtés qui ont un sommet en commun.
Deux sommets consécutifs d'un polygone sont deux extrémités d'un côté.
Une diagonale dans un polygone est un segment dont les extrémités sont deux sommets qui ne sont pas consécutifs.



Polygone régulier

Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur, et tous les angles la même mesure.

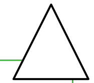
Ex: Triangle équilatéral, Carré …etc…
!!! Le rectangle et le losange ne sont pas des polygones réguliers. !!!



Cercle circonscrit

Il existe un cercle passant par tous les sommets d'un polygone régulier, c'est le cerce circonscrit. Son centre est le centre du polygone régulier.

Quelques polygones particuliers…

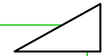


Triangle équilatéral

Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

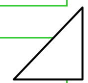
Triangle isocèle

Un triangle isocèle est un triangle qui possède deux côtés de même longueur.
Son autre côté s'appelle la base, et le sommet opposé sommet principal.



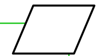
Triangle rectangle

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé s'appelle l'hypoténuse.



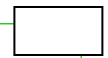
Triangle rectangle isocèle

Un triangle rectangle isocèle est un triangle rectangle et isocèle,
donc un triangle qui a un angle droit et deux côtés de même longueur.



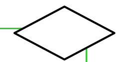
Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



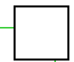
Rectangle

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



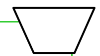
Losange

Un losange est un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.



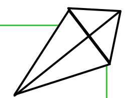
Carré

Un carré est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.



Trapèze

Un trapèze est un quadrilatère
possédant deux côtés parallèles, les bases.

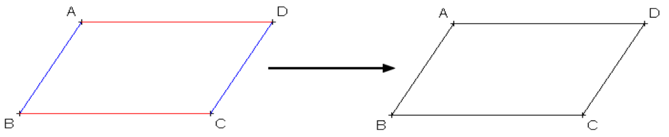


Cerf-volant

Un cerf-volant est un quadrilatère
ayant deux paires de côtés consécutifs de même longueur.

PARALLELOGRAMMES

Parallélogrammes



Les côtés opposés sont parallèles deux à deux

donc par définition ABCD est un parallélogramme

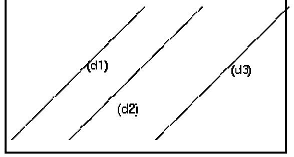
DEFINITION

Un parallélogramme ABCD est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles :
(AB) // (DC) et (AD) // (BC)

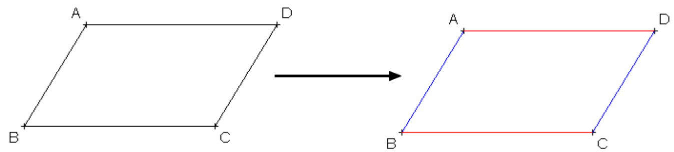
RAPPEL

On utilise souvent :

Si (d1)//(d2)
et (d3)//(d1)
alors (d3)//(d2)



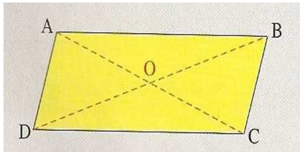
Propriétés des parallélogrammes



ABCD est un parallélogramme

donc par définition les côtés opposés sont parallèles deux à deux

PROPRIETES



Si ABCD est un parallélogramme, alors :

- ses côtés opposés sont parallèles.
(AB) // (DC) et (AD) // (BC)

- ses côtés opposes sont égaux.
AB = DC et AD = BC

- ses diagonales se coupent en leur milieu.
[AC] et [BD] se coupent en O.

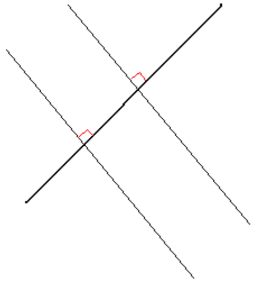
- ses angles opposés sont égaux et deux angles consécutifs sont supplémentaires.
$\widehat{A} = \widehat{C}$, $\widehat{B} = \widehat{D}$ et $\widehat{A} + \widehat{B} = 180°$

RAPPEL

On utilise souvent :

Si (d1)⊥(d)
et (d2)⊥(d)
alors (d1)//(d2)

Si (d1)//(d2)
et (d)⊥(d1)
alors (d)⊥(d2)

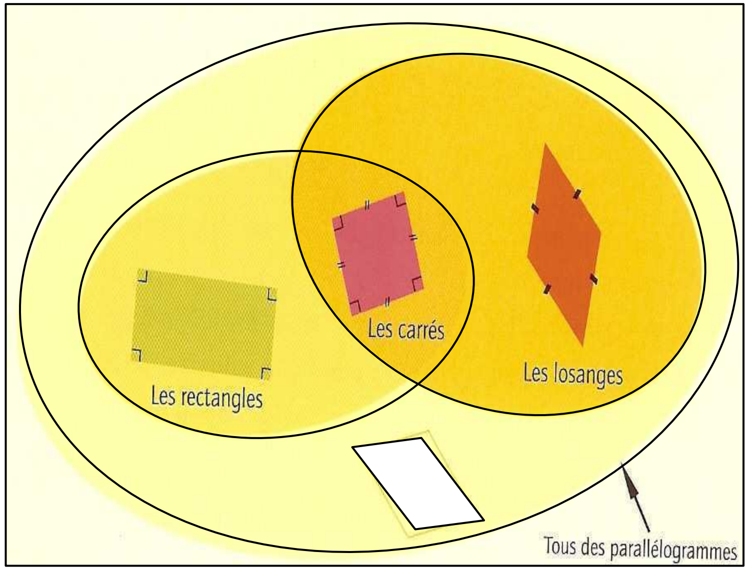


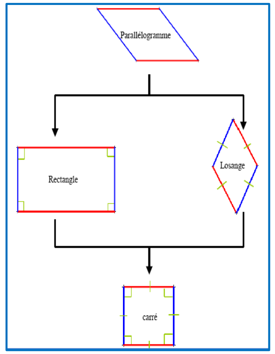
Rappel

Un carré est un rectangle et un losange.

Familles de parallélogrammes

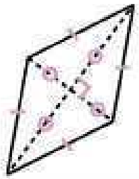
(Quadrilatères ayant les côtés parallèles et égaux deux à deux)

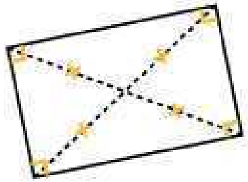




Propriétés des parallélogrammes particuliers

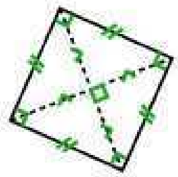
Si un quadrilatère est un losange, alors :
- ses côtés sont de la même longueur
- ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.





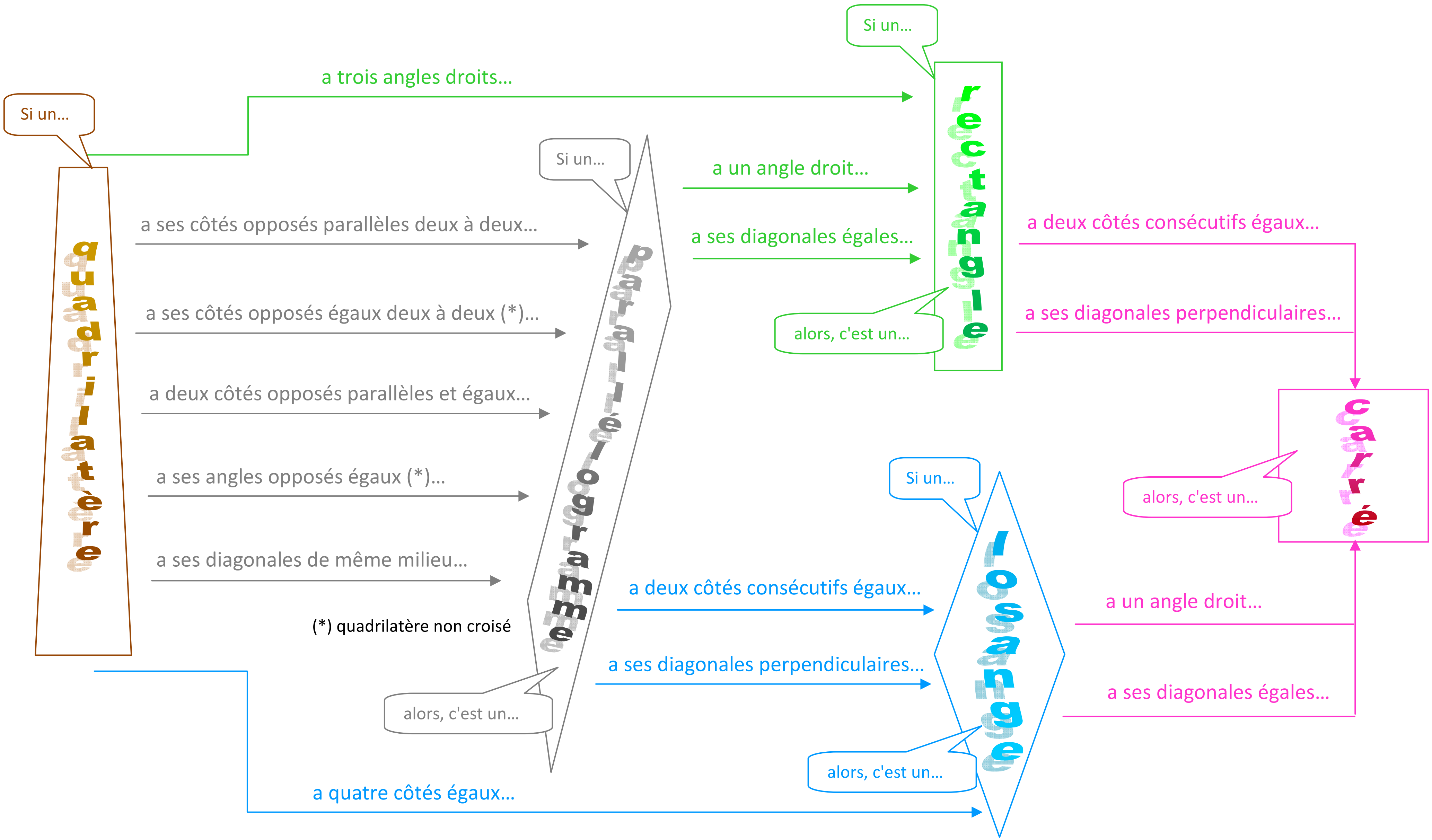
Si un quadrilatère est un rectangle, alors :
- ses côtés consécutifs sont perpendiculaires
- ses diagonales se coupent en leur milieu et sont de la même longueur.

Si un quadrilatère est un carré, alors :
- ses côtés consécutifs sont perpendiculaires et de même longueur
- ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et de même longueur.



PARALLELOGRAMMES

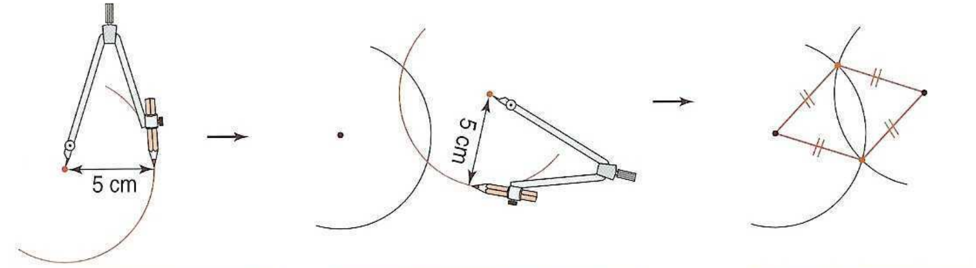
Récapitulatif des propriétés : Comment démontrer ?…



CONSTRUIRE ET RECONNAITRE UN QUADRILATERE (POLYGONE A 4 COTES)

Je construis …

Je construis un losange :

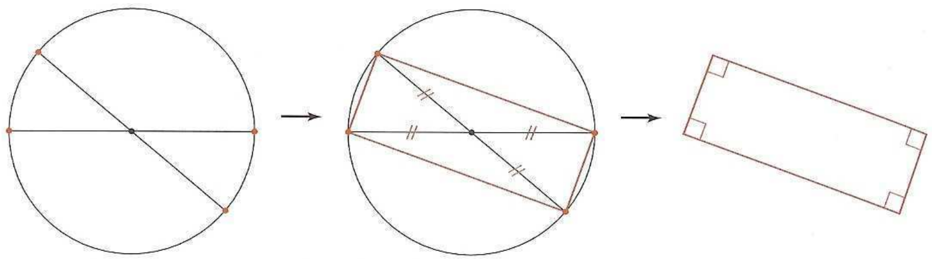


1. Tracer un arc de cercle de 5 cm de rayon.

2. Puis un autre coupant le premier en deux points.

3. On obtient le losange souhaité.

Je construis un rectangle :

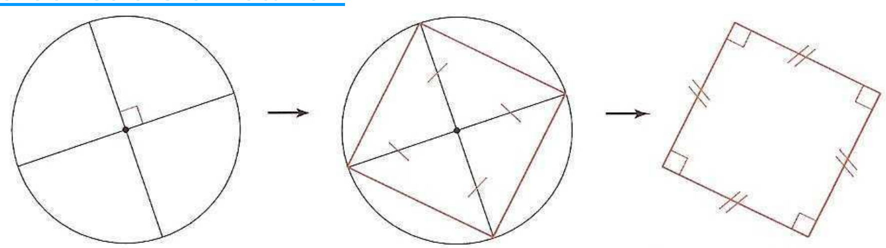


1. Construire deux diamètres quelconques d'un cercle.

2. Joindre les extrémités des diamètres.

3. On obtient un rectangle.

Je construis un carré :



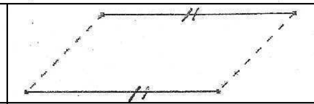
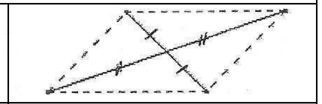
1. Tracer deux diamètres perpendiculaires d'un cercle.

2. Joindre les extrémités des diamètres.

3. On obtient un carré.

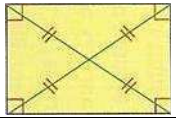
Je reconnais …

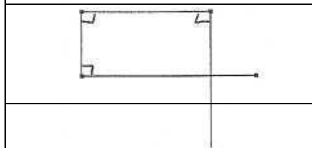
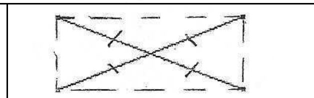
Je reconnais un parallélogramme

		
Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.	Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

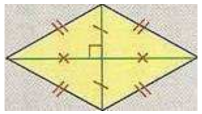
Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

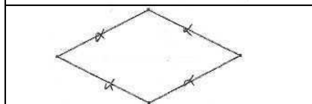
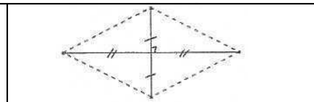
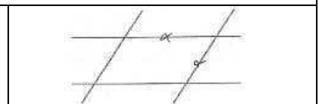
Je reconnais un rectangle



		
Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.	Si les diagonales d'un parallélogramme sont de même longueur, alors c'est un rectangle.	Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

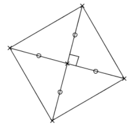
Je reconnais un losange

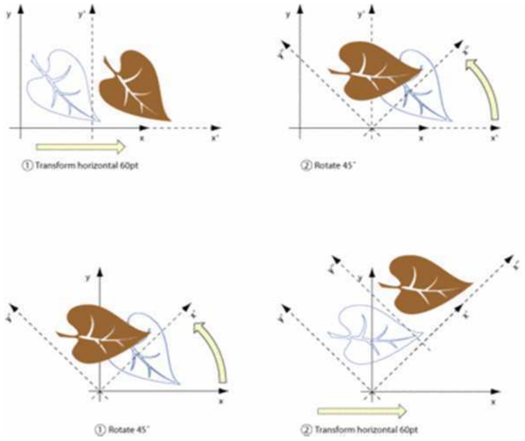


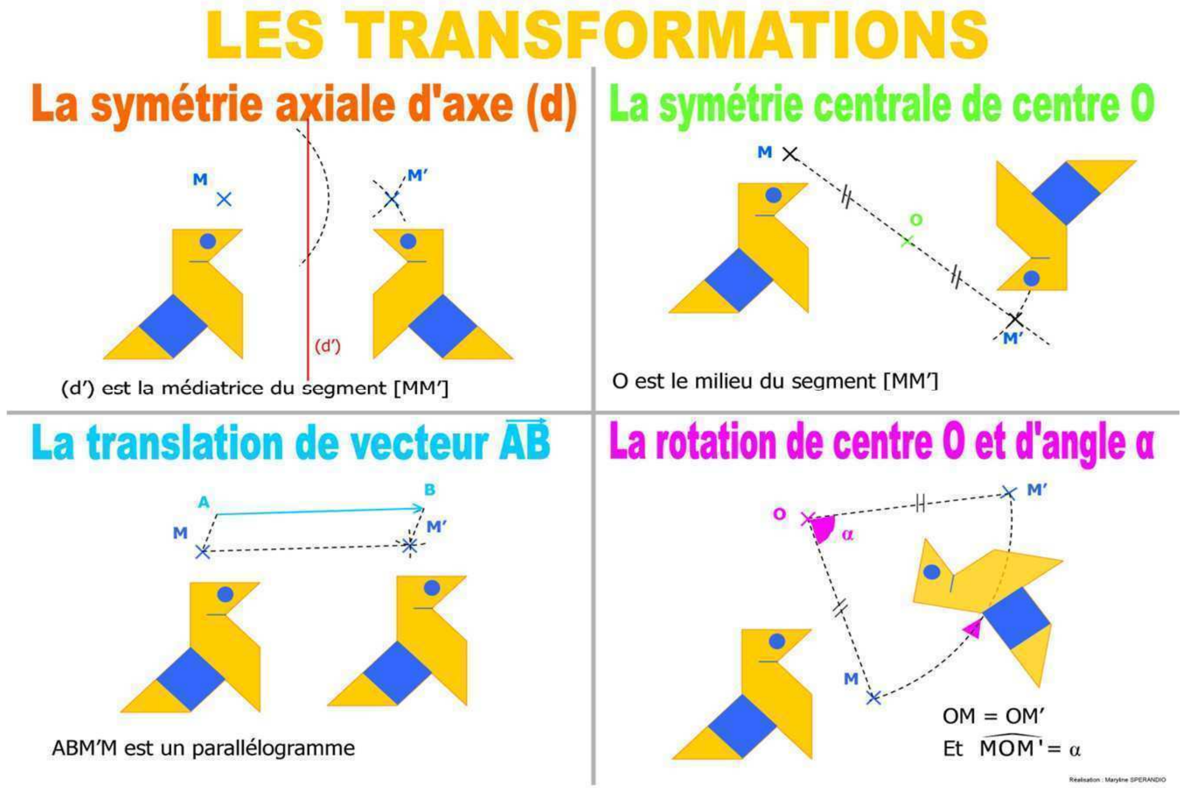
		
Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.	Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.	Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

Je reconnais un carré

Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, alors c'est un carré.

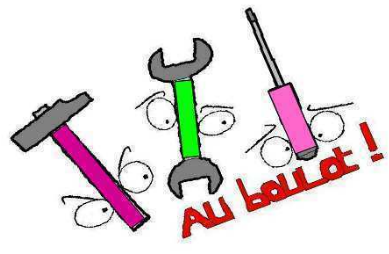






Géométrie

Transformations

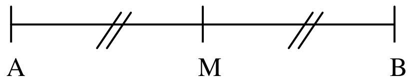


LA MEDIATRICE

Rappel : Milieu et longueur d'un segment

Longueur de [AB] : distance de A à B

Ex : AB = 5 cm MA = MB = 5 : 2 = 2,5 cm



Milieu d'un segment : point du segment situé à égale distance des extrémités

Propriété : On a aussi MA = MB = AB : 2 = $\frac{AB}{2}$

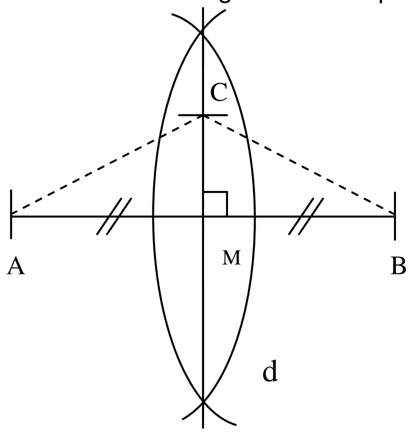
Médiatrice d'un segment

Médiatrice d'un segment : droite qui passe par le milieu du segment et est perpendiculaire à ce segment.

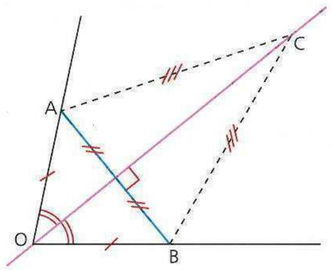
Construction

- Choisir un écartement du compas supérieur à la moitié de la longueur du segment.
- Tracer un arc de cercle de centre une des extrémités du segment.
- Garder le même écartement,
  et tracer un arc de cercle de centre l'autre extrémité du segment.
- Tracer la médiatrice qui est la droite qui passe par les 2 points d'intersection.

Ex : Soit un segment [AB] et une droite d.
Construire à la règle et au compas le milieu M du segment [AB] et sa médiatrice.



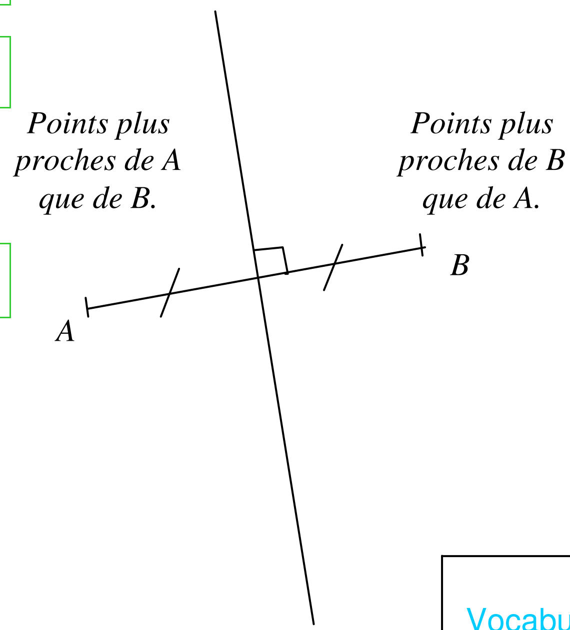
Une figure clé en Géométrie...



- La droite (OC) est la **médiatrice** du segment [AB].
- La demi-droite [OC) est la **bissectrice** de l'angle $\widehat{AOB}$.
- La droite (OC) est l'**axe de symétrie** de la figure.

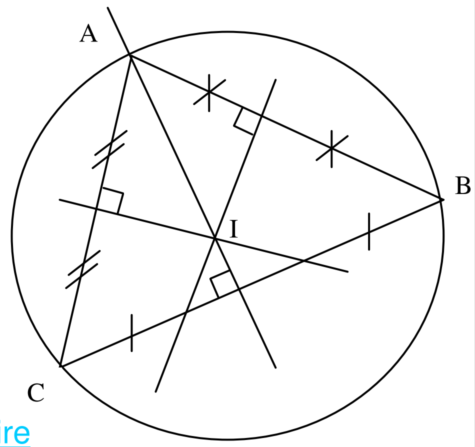
Propriété : Si un point appartient à la médiatrice du segment [AB], alors il est équidistant des points A et B (c.à.d. à la même distance de A et de B).
Ex : (d) est la médiatrice de [AB]. C ∈ (d). On a donc CA = CB.

Propriété réciproque : Si le point C est équidistant des points A et B, c'est à dire si CA = CB, alors C appartient à la médiatrice du segment [AB].



Application de la médiatrice

Tracer un triangle ABC.
Tracer les 3 médiatrices des côtés.
Appeler I leur point d'intersection.
Tracer le cercle de centre I passant par un des sommets.



Vocabulaire

Ce cercle passe par les 3 sommets.
Il s'appelle le cercle <u>circonscrit</u> au triangle.

Démonstration

I appartient à la médiatrice de [AB] donc AI = BI,
I appartient à la médiatrice de [BC] donc BI = CI
I appartient à la médiatrice de [AC] donc AI = CI

<u>CONCLUSION</u> :
On a donc AI = BI = CI.
A, B, C sont sur le cercle de centre I et de rayon [IA].

SYMETRIE AXIALE

SYMETRIE CENTRALE

Le mot symétrie vient du grec syn : "avec" et metron : "mesure".

RAPPEL : Médiatrice

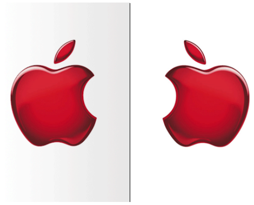
La médiatrice d'un segment est la droite qui
- passe par le milieu du segment
- est perpendiculaire à ce segment.

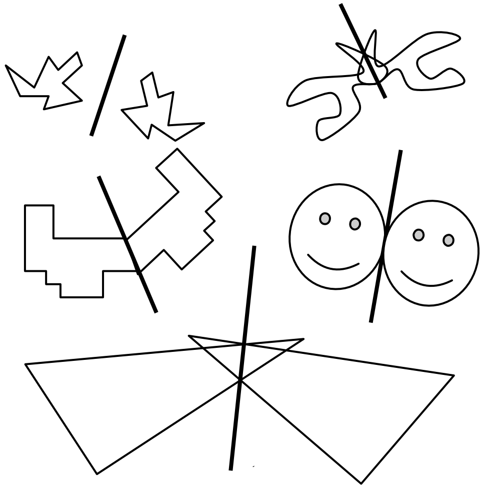
RAPPEL : Propriété

Tous les points de la médiatrice de [AB] sont équidistants de A et de B
(c'est à dire à la même distance de A et de B).
Si C appartient à la médiatrice, on a donc CA = CB.

La symétrie axiale

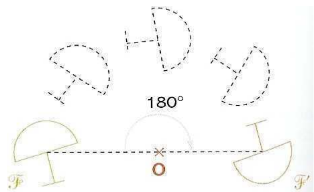
C''est l'effet miroir.
Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) lorsqu'elles se superposent parfaitement par pliage selon cette droite (d).

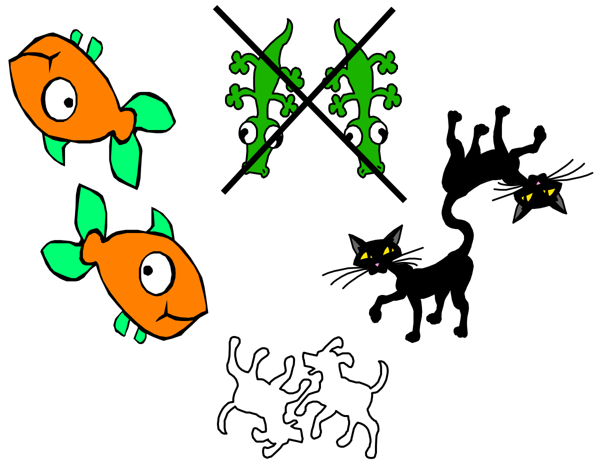




La symétrie centrale

C''est un demi-tour.
Deux figures sont symétriques par rapport à un point O lorsqu'elles se superposent parfaitement par demi-tour autour du point O.





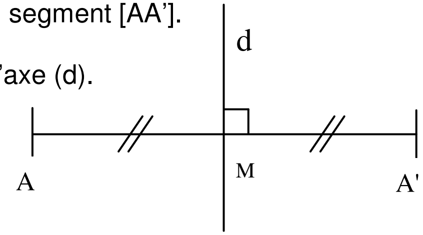
Symétrie d'un point par rapport à une droite

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) si d est la médiatrice du segment [AA'].

Vocabulaire

A' est l'image de A dans la symétrie axiale d'axe (d).

Ex :



Remarque

Tout point de (d) est son propre symétrique.

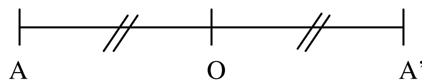
Symétrie d'un point par rapport à un point

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu du segment [AA'].

Vocabulaire

A' est l'image de A dans la symétrie centrale de centre O.

Ex :



Remarque

O est son propre symétrique.

Symétrie d'une figure par rapport à une droite

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) si ces deux figures se superposent exactement par pliage selon cette droite.

Vocabulaire

(d) est appelé axe de symétrie.
F' est l'image de F dans la symétrie axiale par rapport à (d).
F est aussi l'image de F' par rapport à l'axe (d).
(=> F et le symétrique de F' sont confondus.)

Symétrie d'une figure par rapport à un point

Deux figures sont symétriques par rapport à un point O si l'on passe de l'une à l'autre en effectuant un demi-tour autour de ce point.

Vocabulaire

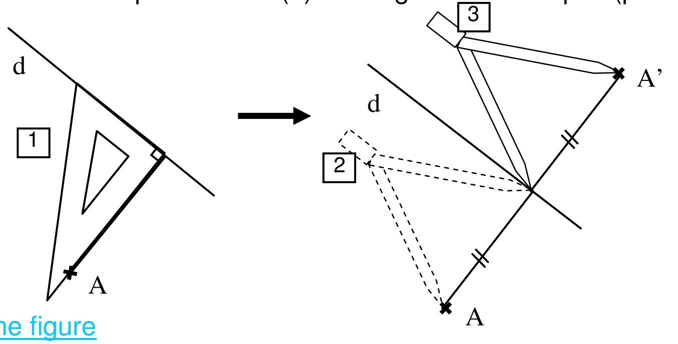
O est appelé centre de symétrie.
F' est l'image de F dans la symétrie centrale par rapport à O.
F est aussi l'image de F' par rapport au centre O.
(=> F et le symétrique de F' sont confondus.)

SYMETRIE AXIALE

Méthode de construction

Symétrie d'un point A

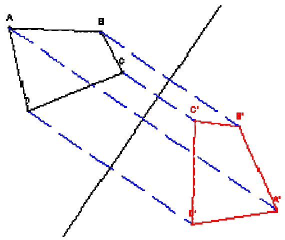
- Tracer la droite perpendiculaire à (d) passant par A grâce à l'équerre,
- Reporter la distance séparant A de (d) à la règle ou au compas (préférable).



Symétrie d'une figure

Si la figure est reproductible à la règle et au compas

On construit l'image de ses points caractéristiques.
- Choisir des points représentatifs,
- Construire leur symétrique,
- Les relier comme sur la figure initiale (même ordre).



Si la figure est reproductible à main levée

On utilise un calque.
- Choisir quelques points et construire leur symétrique par rapport à l'axe.
- Reporter la figure grâce aux points en superposant le calque.

Propriété :

La symétrie axiale conserve
- l'alignement des points,
- la mesure des longueurs, donc des périmètres,
- la mesure des angles,
- la mesure des aires, puisque les figures se superposent.

Image d'une figure : figure ayant les mêmes propriétés et les mêmes dimensions. Elle est inversée. La symétrie axiale inverse le sens des figures.

Symétrique d'une droite : une droite
Symétrique d'un segment : un segment de même longueur
Symétrique d'une demi-droite : une demi-droite d'origine A' symétrique de A
Symétrique d'un cercle : un cercle de même rayon et de centre O' image de O
Symétrique d'un rectangle : un rectangle
Symétrique d'un angle : On construit les symétriques des deux demi-droites.

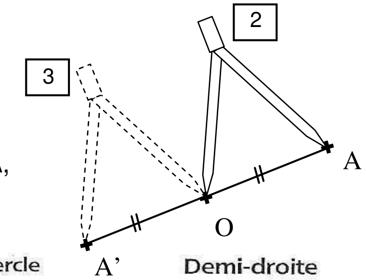
SYMETRIE CENTRALE

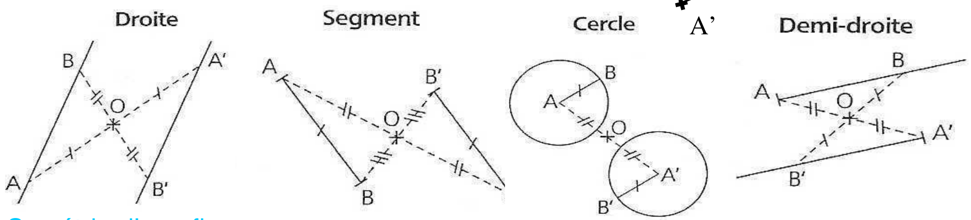
Méthode de construction

Symétrie d'un point A

- Tracer la demi-droite [AO),
- Reporter sur la demi-droite la distance AO.

(Tracer l'arc de cercle de centre O et de rayon OA, il coupe la demi-droite [AO) au point A')

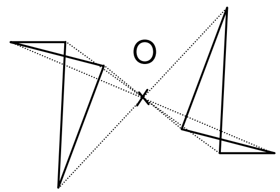




Symétrie d'une figure

Si la figure est reproductible à la règle et au compas

On construit l'image de ses points caractéristiques.
- Choisir des points représentatifs,
- Construire leur symétrique,
- Les relier comme sur la figure initiale (même ordre).



Si la figure est reproductible à main levée

On utilise un calque.
- Choisir quelques points et construire leur symétrique par rapport au centre.
- Reporter la figure grâce aux points en superposant le calque.

Propriété :

La symétrie centrale conserve
- l'alignement des points,
- la mesure des longueurs, donc des périmètres,
- la mesure des angles,
- la mesure des aires, puisque les figures se superposent.

Image d'une figure : figure ayant les mêmes propriétés et les mêmes dimensions. Elle est retournée. La symétrie centrale retourne le sens des figures.

Symétrique d'une droite : une droite parallèle
Symétrique d'un segment : un segment parallèle et de même longueur
Symétrique d'une demi-droite : une demi-droite parallèle et de sens contraire
Symétrique d'un cercle : un cercle de même rayon et de centre O' image de O
Symétrique d'un rectangle : un rectangle
Symétrique d'un angle : On construit les symétriques des deux demi-droites.

AXES ET CENTRES DE SYMETRIE

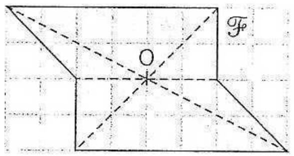
Axe de symétrie

Une figure F admet un axe de symétrie d
lorsque la figure symétrique de F par rapport à d
est la figure F elle-même.
Elle se superpose à elle-même par pliage selon la droite d.

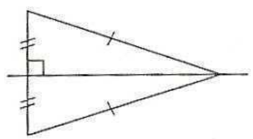
Centre de symétrie

Une figure F admet un centre de symétrie O
lorsque la figure symétrique de F par rapport à O
est la figure F elle-même.
Elle se superpose à elle-même par demi-tour autour du point O.

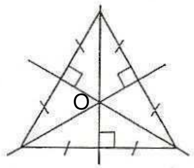
Une figure a
0 ou 1 centre de symétrie
(sauf les droites).
Elle peut avoir
plusieurs axes de symétrie.



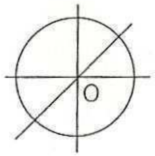
Triangle isocèle



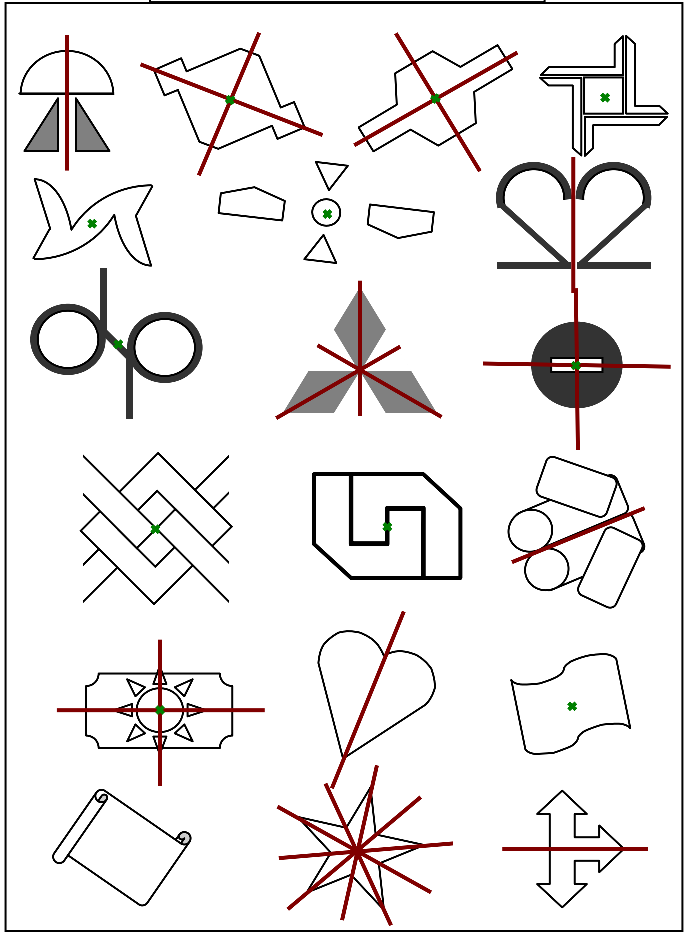
Triangle équilatéral



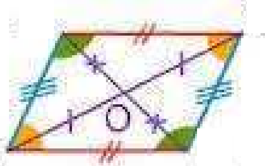
Cercle de centre O



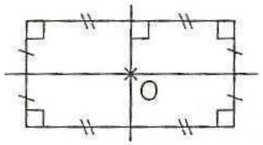
Quelques Exemples d'axes et centres de symétrie



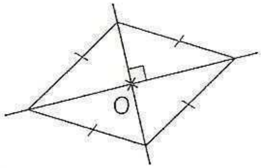
Parallélogramme



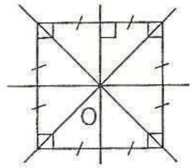
Rectangle



Losange

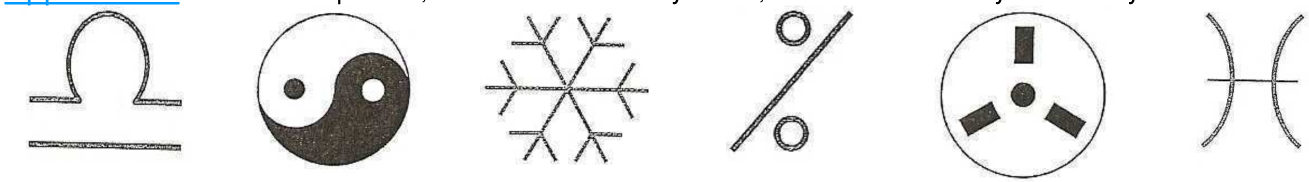


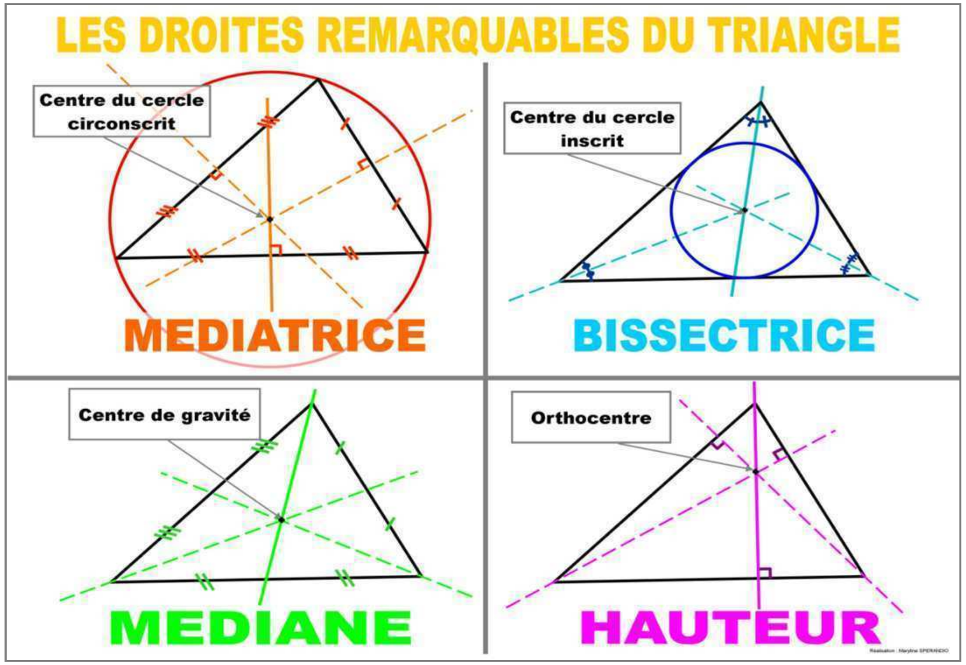
Carré



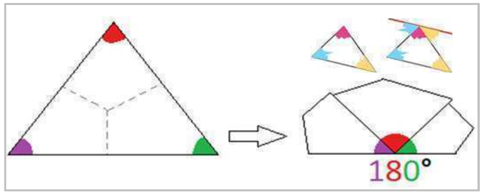
Axes de symétrie	**Figure**	Centre de symétrie
Elle-même Toutes les droites perpendiculaires	**Droite**	Tous ses points (seule figure à en avoir une infinité)
1 médiatrice de sa base = bissectrice de l'angle au sommet principal	**Triangle isocèle**	/
3 médiatrices des côtés = 3 bissectrices des angles	**Triangle équilatéral**	/
Tous les diamètres	**Cercle de centre O**	Centre du cercle
/	**Parallélogramme**	Point d'intersection des diagonales
2 médiatrices des côtés	**Rectangle**	Point d'intersection des diagonales
2 diagonales	**Losange**	Point d'intersection des diagonales
2 diagonales + 2 médiatrices des côtés	**Carré (losange + rectangle)**	Point d'intersection des diagonales

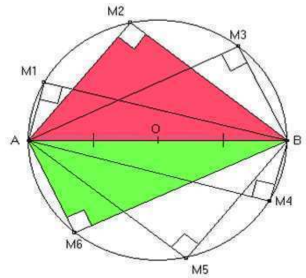
Application : Dans chaque cas, tracer le centre de symétrie, le ou les axes de symétrie s'il y en a.



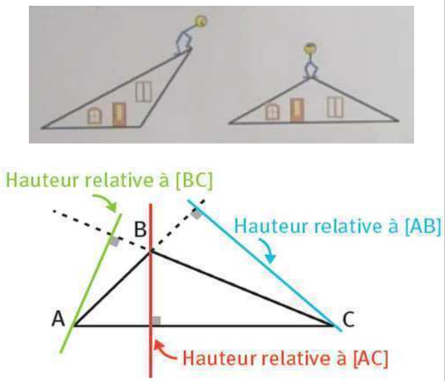


ET QUELQUES PROPRIETES…

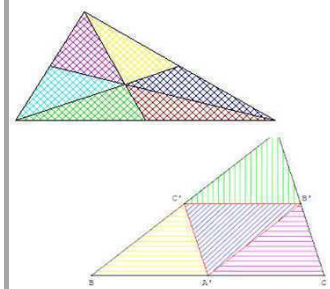




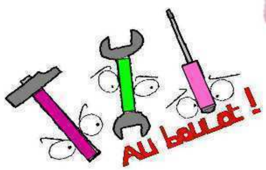
Pour trouver la hauteur d'un triangle,
Il suffit… de regarder d'en haut !



Partager un triangle
en triangles d'aires
égales…

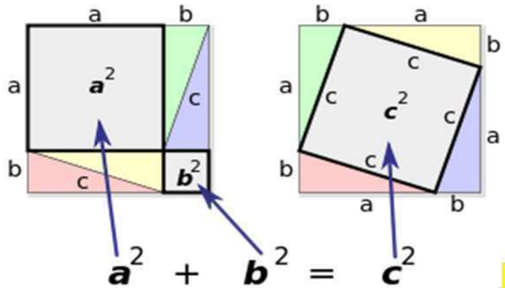


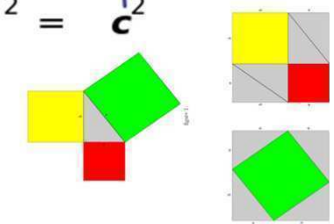
Géométrie



Angles

Triangles





ANGLES

Angle : partie du plan délimitée par deux demi-droites de même origine.
Demi-droites : côtés infinis de l'angle
Origine : sommet de l'angle.

Unité de mesure des angles : le degré (noté °).
Instrument de mesure : le rapporteur.

Angles particuliers

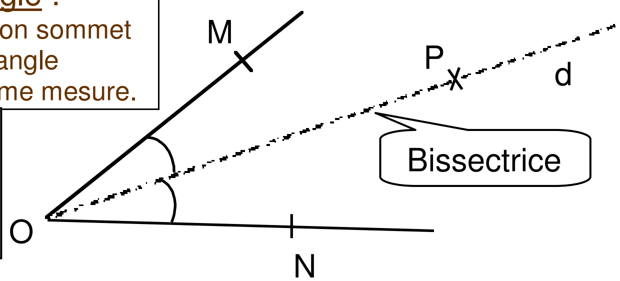
ANGLES SAILLANTS

mesure	angle	figure
0°	nul	
entre 0° et 90°	aigu	
90°	droit	
entre 90° et 180°	obtus	
180°	plat	
entre 180° et 360°	rentrant	
360°	plein	

Bissectrice d'un angle :

Droite qui passe par son sommet et qui partage l'angle en deux angles de même mesure.

PROPRIETE
Chaque point de la bissectrice est équidistant des côtés de l'angle.



CONSTRUCTION
* Tracer un arc de cercle qui coupe les côtés de l'angle en M et N.
* Garder le même écartement de compas pour tracer deux arcs sécants de centres M et N.
* La bissectrice est la droite passant par le sommet de l'angle et le point d'intersection des deux arcs de cercle P.

Paires d'angles

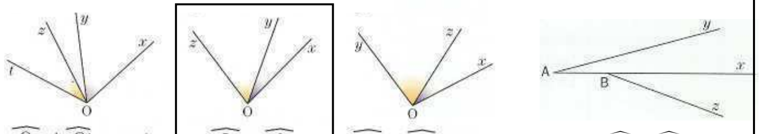
Angles complémentaires :
Deux angles dont la somme fait 90°

Angles supplémentaires :
Deux angles dont la somme fait 180°

Quelle que soit la position des angles :
...... + ... = 90°
...... + ... = 180°

MEMOTECHNIK
"K" "K"
"S" "S"

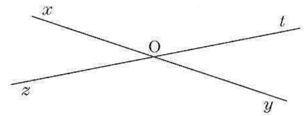
Angles adjacents : Deux angles qui
- ont le même sommet,
- ont un côté commun,
- sont situés de part et d'autre de ce coté.



$\widehat{xOy}$ et $\widehat{zOt}$ ne sont pas adjacents — $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents — $\widehat{xOy}$ et $\widehat{xOz}$ ne sont pas adjacents — $\widehat{xAy}$ et $\widehat{xBz}$ ne sont pas adjacents.

Angles opposés par le sommet : Deux angles qui
- ont le même sommet,
- leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

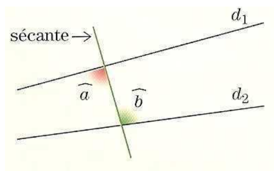
=> Ils ont même mesure.



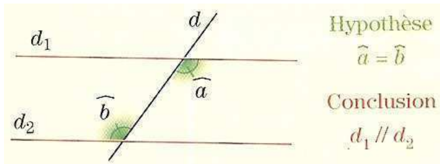
$\widehat{xOz}$ et $\widehat{tOy}$ opposés par le sommet
$\widehat{xOt}$ et $\widehat{zOy}$ opposés par le sommet

Angles alternes – internes :
d_1 et d_2 sont coupées par une droite sécante Δ.
- deux angles non-adjacents
- situés de part et d'autre de la droite Δ et entre les droites d_1 et d_2.

Les droites sont parallèles.
<=> Ils ont même mesure.

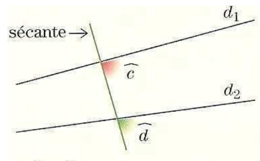


$\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont alternes-internes

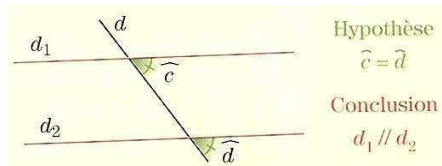


Angles correspondants :
d_1 et d_2 sont coupées par une droite sécante Δ.
- deux angles non-adjacents
- situés d'un même côté de la droite Δ
l'un entre d_1 et d_2 et l'autre non.

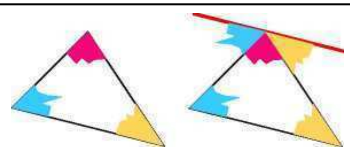
Les droites sont parallèles.
<=> Ils ont même mesure.

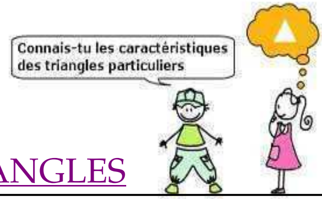


$\widehat{c}$ et $\widehat{d}$ sont correspondants



PROPRIETE : ANGLES D'UN TRIANGLE
La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.





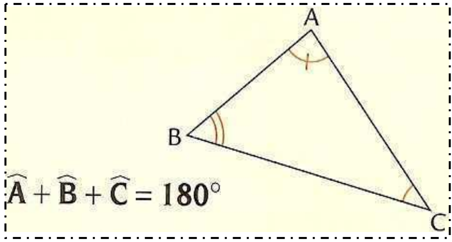
TRIANGLES
PROPRIETES DES TRIANGLES

INEGALITE TRIANGULAIRE

La longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

BC ≤ BA + AC

(Pour aller de B à C, la plus courte distance est "tout droit", c'est-à-dire en suivant le segment reliant B et C.)

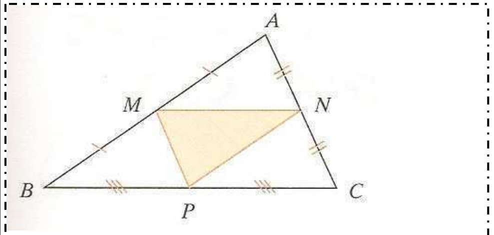


Somme des angles d'un triangle

Elle est égale à 180°.

THEOREMES DE 4e

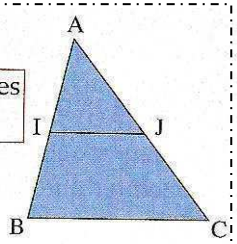
Triangle des milieux



*MNP est le **triangle des milieux** :*
- *ses côtés sont parallèles à ceux de ABC ;*
- *ses angles sont égaux à ceux de ABC ;*
- *son périmètre est la moitié de celui de ABC ;*
- *son aire est le quart de celle de ABC .*

Théorème des milieux

ABC est un triangle.



■ Si I et J sont les milieux des côtés [AB] et [AC],

alors (IJ) // (BC)

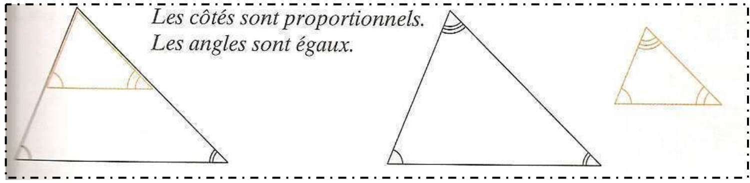
et IJ = $\frac{1}{2}$ BC.

■ Si I est le milieu de [AB] et J un point de [AC] tel que (IJ) // (BC),

alors J est le milieu de [AC].

Agrandissement et Réduction

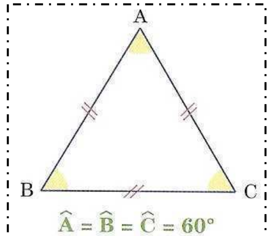
Le coefficient de proportionnalité entre les côtés des triangles est l'échelle.



Le triangle noir est un agrandissement du triangle rouge. <=> échelle > 1
Le triangle rouge est une réduction du triangle noir. <=> 0 < échelle < 1

TRIANGLE EQUILATERAL

Triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

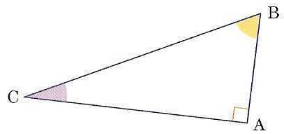


Propriété

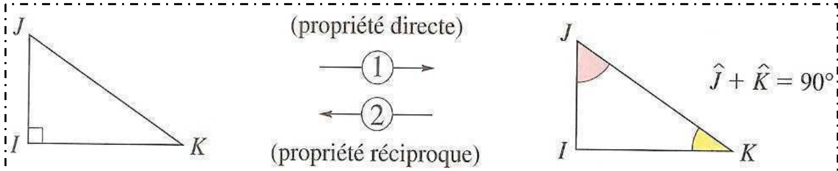
Les trois angles ont même mesure : $\frac{180°}{3} = 60°$

TRIANGLE RECTANGLE

Triangle qui a un angle droit.
Le plus grand côté s'appelle **l'hypoténuse**.

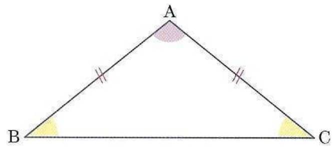


Propriété

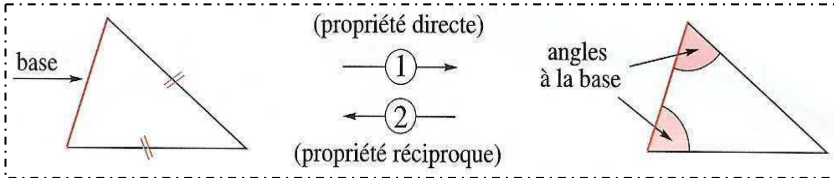


TRIANGLE ISOCELE

Triangle qui a deux côtés de même longueur.
Deux angles ont également même mesure.



Propriété



TRIANGLE RECTANGLE ISOCELE

Triangle qui a un angle droit et deux côtés de même longueur.

Propriété

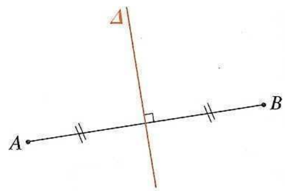
Les deux angles à la base ont même mesure : $\frac{180° - 90°}{2} = 45°$

TRIANGLES
DROITES REMARQUABLES DES TRIANGLES

Sais-tu calculer l'aire d'un triangle ?

MEDIATRICE D'UN SEGMENT

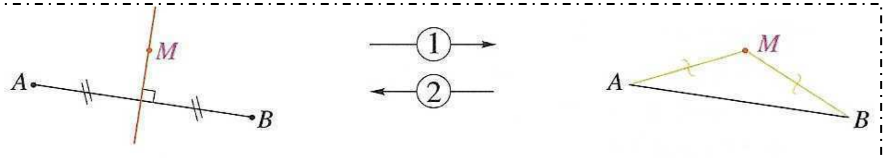
Droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu.



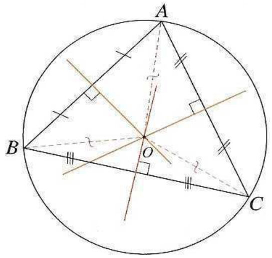
La droite Δ est la médiatrice du segment $[AB]$

Propriété Equidistance

Chaque point de la médiatrice est à égale distance des extrémités du segment.



M est sur la médiatrice de $[AB]$ $MA = MB$



DANS UN TRIANGLE…

… Les trois médiatrices des côtés sont concourantes (se coupent en un point).
Le point d'intersection est le **centre du cercle circonscrit** au triangle (qui passe par les sommets du triangle).

DANS UN TRIANGLE EQUILATERAL…

Les trois médianes, médiatrices, hauteurs, bissectrices sont confondues.

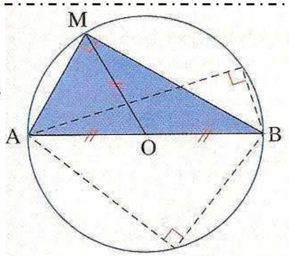
DANS UN TRIANGLE ISOCELE…

La médiane de la base, la médiatrice à la base, la hauteur relative à la base et la bissectrice de l'angle opposé sont confondues.

THEOREME DE 4^{e}

Triangle rectangle et cercle circonscrit

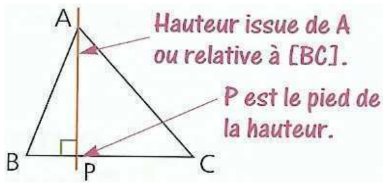
- Si AMB est un triangle rectangle en M, alors M appartient au cercle de diamètre [AB].
- Si un point M, distinct de A et B, appartient au cercle de diamètre [AB], alors AMB est un triangle rectangle en M

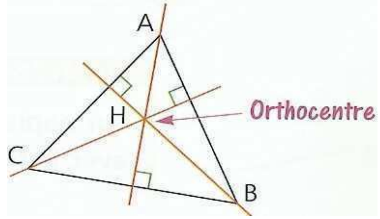


O est le milieu de l'hypoténuse [AB].
OA = OB = OM

HAUTEUR ISSUE D'UN SOMMET

Droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



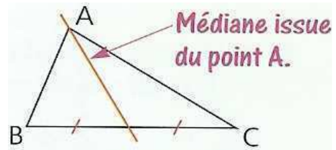


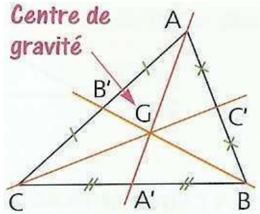
DANS UN TRIANGLE…

… Les trois hauteurs issues des sommets sont concourantes.
Le point d'intersection est l'**orthocentre** du triangle.

MEDIANE ISSUE D'UN SOMMET

Droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.





$AG = \frac{2}{3}AA'$

$BG = \frac{2}{3}BB'$

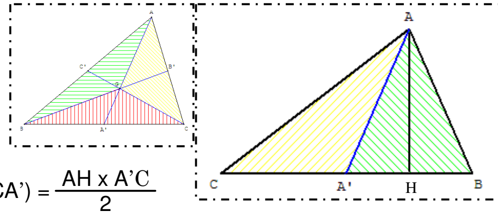
$CG = \frac{2}{3}CC'$

DANS UN TRIANGLE…

... Les trois médianes issues des sommets sont concourantes.
Le point d'intersection est le **centre de gravité** du triangle.

Propriété Partage d'un triangle

Une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire.

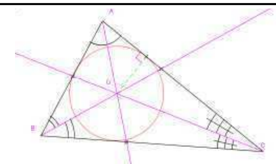


Aire (ABA') = $\frac{AH \times A'B}{2}$ et Aire (ACA') = $\frac{AH \times A'C}{2}$

Or (AA') étant médiane, on a A'C = A'B. Les aires des deux triangles sont donc égales.
De même, les trois médianes partagent un triangle en six triangles d'aires égales.

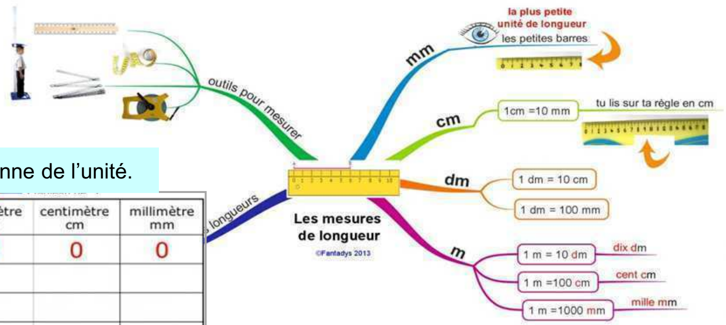
BISSECTRICE D'UN ANGLE

Droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.



DANS UN TRIANGLE…

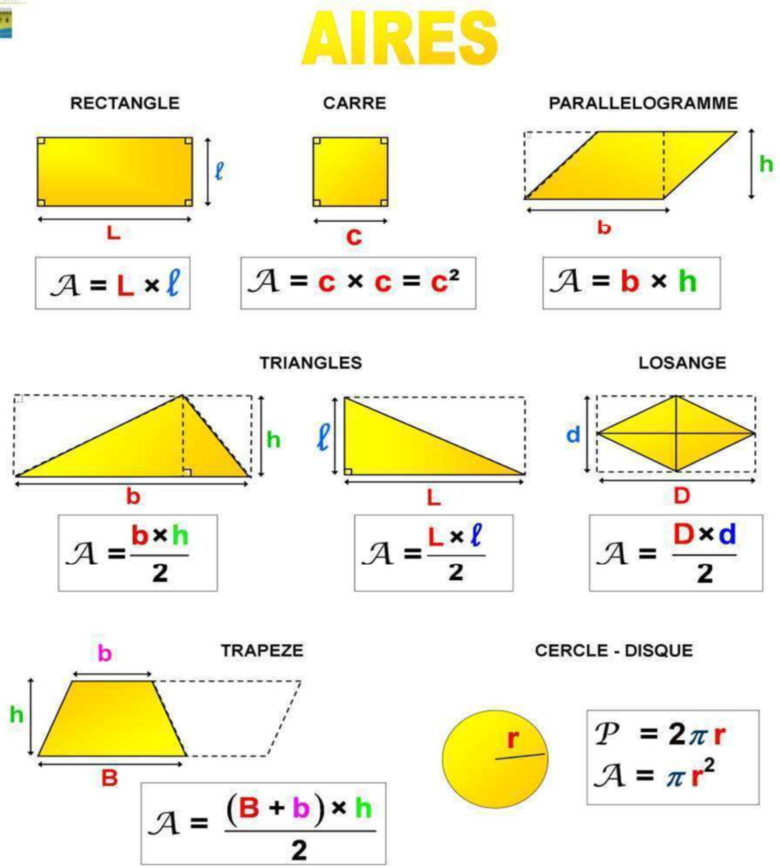
… Les trois bissectrices des angles sont concourantes.
Le point d'intersection est le **centre du cercle inscrit** au triangle (le cercle tangent aux trois côtés du triangle).



Je place toujours le chiffre des unités dans la colonne de l'unité.

	kilomètre km	hectomètre hm	décamètre dam	mètre m	décimètre dm	centimètre cm	millimètre mm
D 86 15 KM				1	0	0	0
	kilogramme kg	hectogramme hg	décagramme dag	gramme g	décigramme dg	centigramme cg	milligramme mg
KG	1	0	0	0			
		hectolitre hL	décalitre daL	litre L	décilitre dL	centilitre cL	millilitre mL
				1	0	0	

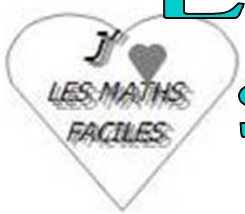
km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

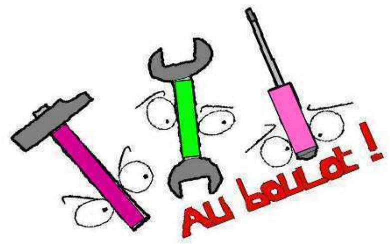


Géométrie

Longueurs

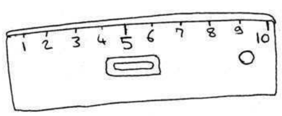
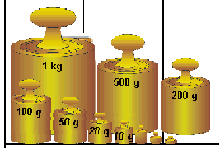
Surfaces

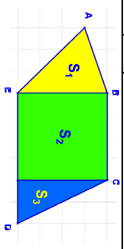


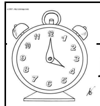


MESURES : UNITES ET CONVERTIONS

Unités de Longueur, Masse, Capacité, Aire et Temps

MULTIPLES DE L'UNITE							UNITE	SOUS-MULTIPLES DE L'UNITE		
				km	hm	dam	mètre	dm	cm	mm
										
	t	q	▪	kg	hg	dag	gramme	dg	cg	mg
										
					hL	daL	Litre	dL	cL	mL
										

	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		ha	are	ca			

 Multiples de l'unité			UNITE	Sous-multiples de l'unité		
jour	heure	minute	Seconde	dixième de seconde	centième de seconde	millième de seconde
1j = 24 h	1h = 60min	1min = 60s	S	0,1 s	0,01 s	0,001 s

1 an = 12 mois = 365 jours ¼

⚠ 1,25 h = 75 min ≠ 1h 25min ⚠

POUR CHAQUE UNITE…

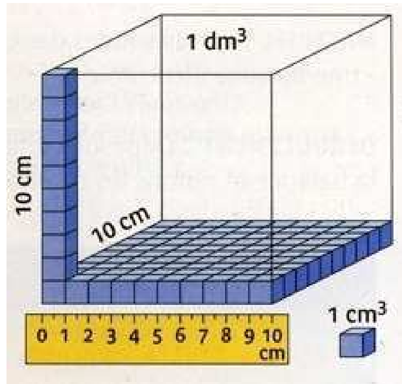
Les multiples sont : le kilo…, l'hecto…, le déca… .
Les sous-multiples sont : le déci…, le centi…, le milli…

Unités de Volume

Les unités légales des volumes sont celles du système métrique, c'est à dire celles qui utilisent le mètre pour référence.
L'unité de volume légale est le mètre cube (m^3)
(c'est-à-dire le volume d'un cube de 1 m sur 1 m sur 1 m).

Nous avons représenté les cm^3 qui se trouvent à l'intérieur d' 1 dm^3.

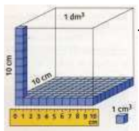
1 dm^3 = 1 000 cm^3



On peut utiliser
un tableau de conversions.
On le remplira donc en mettant
3 chiffres par colonne.

Pour passer d'une unité de volume à une unité de capacité.

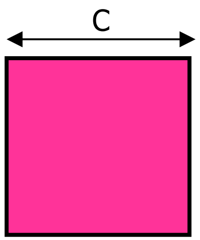
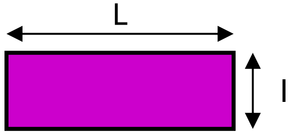
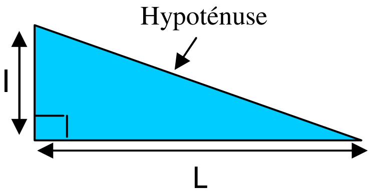
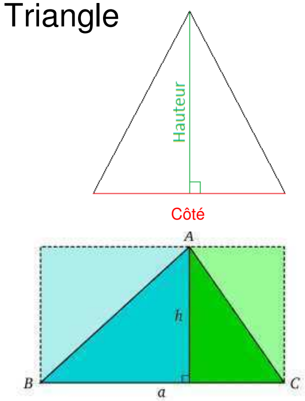
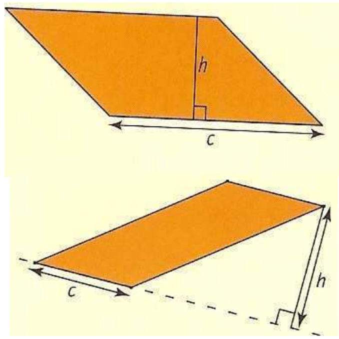
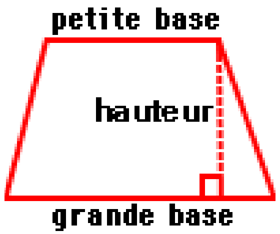
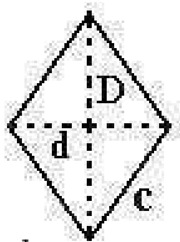
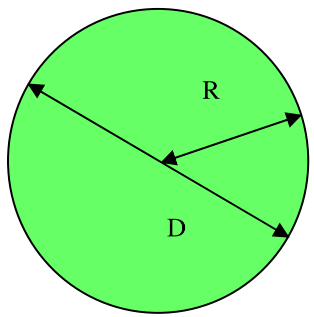
On remplit 1 dm^3 avec de l'eau. On constate que 1 dm^3 = 1 L



km^3			hm^3			dam^3			m^3			**dm^3**			cm^3			mm^3		
												hL	daL	**L**	dL	cL	mL			
										3	8	4	5	6	0	0	0			

Ex : 38,456 m^3 = 3 845,6 daL = 38 456 000 cm^3
On utilise rarement les multiples du m^3 dans la vie courante.
Par exemple, il y a 1,4 milliards de km^3 d'eau sur terre.

FORMUL' AIRES ET PERIMETRES

<table>
<tr>
<td>Carré
</td>
<td>Rectangle
</td>
<td>Triangle rectangle
</td>
<td>Triangle
</td>
</tr>
<tr>
<td>Périmètre = 4 × Côté</td>
<td>Périmètre
= 2 × (Longueur + largeur)</td>
<td>Périmètre = Hypoténuse
+ Longueur + largeur</td>
<td>Périmètre = Côté 1
+ Côté 2 + Côté 3</td>
</tr>
<tr>
<td>Aire = Côté × Côté</td>
<td>Aire
= Longueur × largeur</td>
<td>Aire = $\dfrac{\text{Longueur} \times \text{largeur}}{2}$</td>
<td>Aire = $\dfrac{\text{Côté} \times \text{Hauteur}}{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>Parallélogramme
</td>
<td>Trapèze
</td>
<td>Losange

$\dfrac{D \times d}{2}$</td>
<td>Cercle
</td>
</tr>
<tr>
<td>Périmètre
= 2 x (Côté 1 + Côté 2)</td>
<td>Périmètre =
Côté 1 + Côté 2
+ Côté 3 + Côté 4</td>
<td>Périmètre = 4 x Côté</td>
<td>Périmètre = 2 × π × Rayon
Périmètre = π × Diamètre
avec π ≈ 3,14</td>
</tr>
<tr>
<td>Aire =
Côté x Hauteur
Correspondante</td>
<td>Aire =
$\dfrac{\text{(Petite Base + Grande Base) x Hauteur}}{2}$</td>
<td>Aire =
$\dfrac{\text{Petite Diagonale x Grande Diagonale}}{2}$</td>
<td>Aire = π × Rayon × Rayon

ou Aire = π × Rayon^2
avec π ≈ 3,14</td>
</tr>
</table>

Périmètre d'une figure fermée :
longueur de son contour =
somme des longueurs de tous ses côtés

Aire d'une figure :
mesure de sa surface

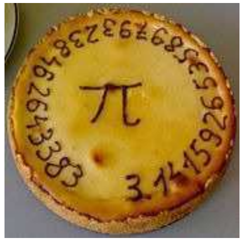
Volume d'un solide :
mesure de son espace intérieur

!!! Attention !!!

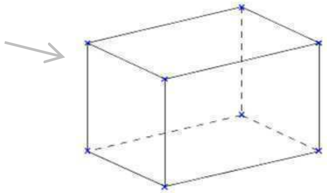
Les calculs se font
dans une unité donnée.

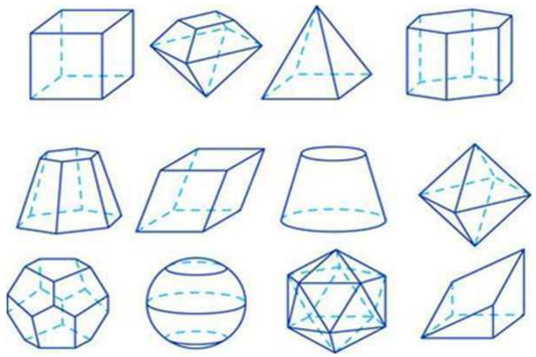
Les longueurs doivent donc toutes être exprimées dans la même unité.

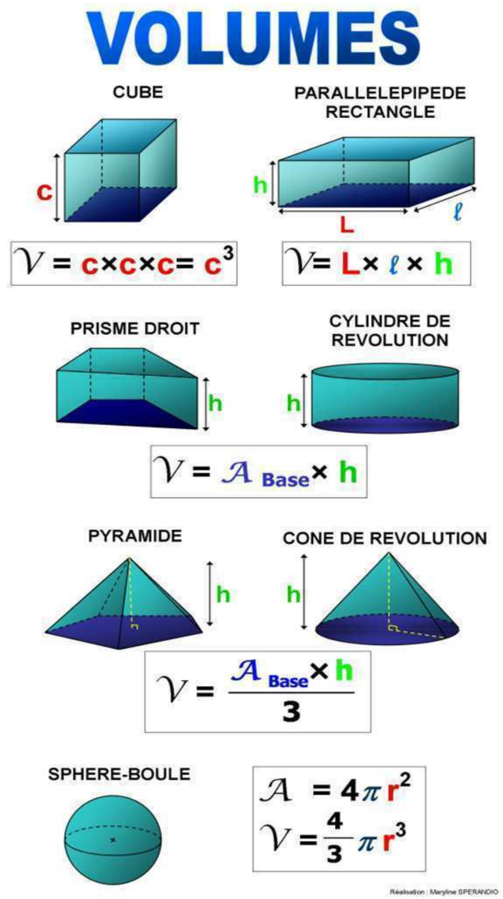
NB: π ≈ 3,141592
est représenté
par une lettre grecque
qui se prononce 'pi'.
π est un nombre particulier
avec un nombre
de décimales infini.



Dessiner une perspective cavalière

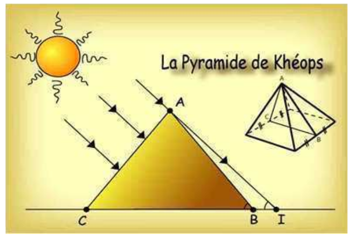






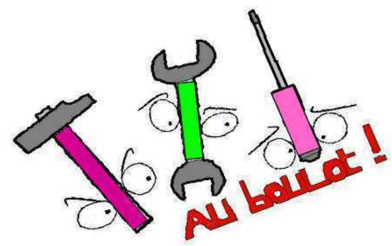
km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											kℓ	hℓ	daℓ	ℓ	dℓ	cℓ	mℓ			
											2	5	7	0						

$$2{,}57\ m^3 = 2\ 570\ dm^3 = 2\ 570\ \ell$$



Géométrie

Espace

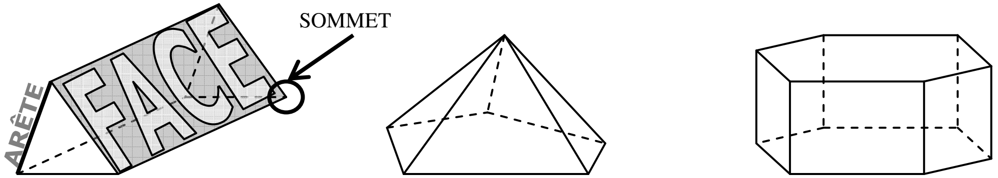


SOLIDES ET PATRONS

Solide et Volume

Solide : Un solide est un objet de l'espace en 3 dimensions (« en relief »).

Nous allons étudier les polyèdres, conçus par un assemblage de polygones.



5 faces et 6 sommets
9 arêtes (dont 3 cachées)

6 faces et 6 sommets
10 arêtes (dont 3 cachées)

8 faces et 12 sommets
18 arêtes (dont 5 cachées)

Un solide est impossible à dessiner sur une feuille (surface plane en deux dimensions). On le représente sur un plan en utilisant le dessin en perspective.

C'est une perspective cavalière (perspective particulière) si :

- toutes les arêtes parallèles et de même mesure sont représentées par des segments parallèles et de même mesure,
- les faces avant et arrière représentent la réalité,
- les autres faces sont déformées par la perspective,
- les arêtes cachées sont représentées par des pointillés.

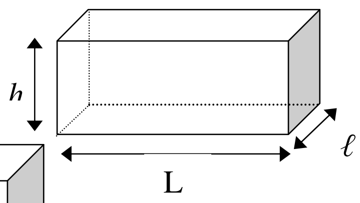
Volume : Le volume d'un solide est la mesure de son espace intérieur.

On peut calculer les volumes de certains solides à l'aide de formules :

Ex :Le volume d'un pavé droit se calcule en multipliant les trois dimensions de l'objet.
!!! Attention, les dimensions doivent être exprimées dans la même unité de longueur. !!!

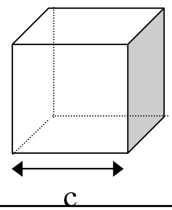
Pavé droit

V (volume) = **L** (longueur) × **l** (largeur) × **h** (hauteur)



Cube

V (volume) = **C** (côté) × **C** (côté) × **C** (côté)



Solide particulier : le parallélépipède rectangle

Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)
Un parallélépipède rectangle est un solide dont toutes les faces sont des rectangles.

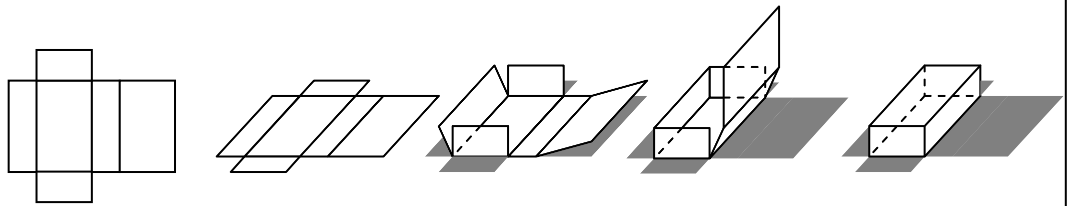
Construction

Un parallélépipède rectangle a 6 faces, 8 sommets et 12 arêtes.

Cas particulier : Cube
Un parallélépipède rectangle dont toutes les faces sont des carrés est un cube.

Patron

Le patron est un dessin en un seul morceau qui permet de construire un solide.



1. Le patron du pavé droit

2. On découpe (vue en perspective)

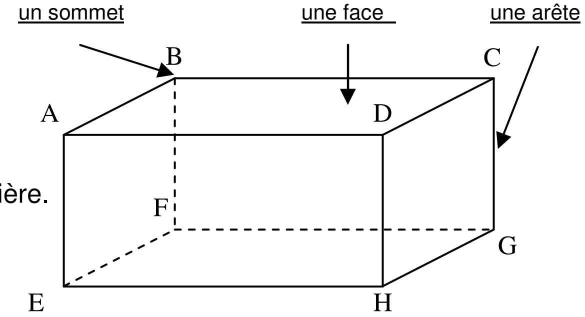
3. On plie

4. On colle les arêtes

5. On obtient le pavé droit.

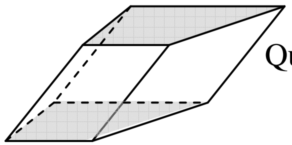
Perspective cavalière

ABCDEFGH est un pavé droit représenté en perspective cavalière.

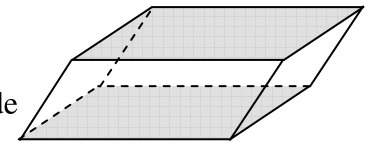


PRISMES ET CYLINDRES

PRISMES



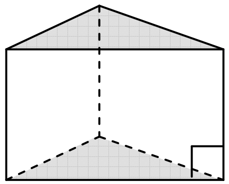
Quelconque



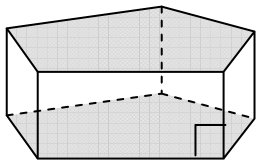
Parallélépipède

Prismes droits

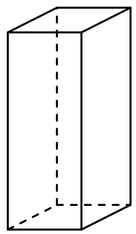
Solide dont les bases sont des polygones superposables (triangle, rectangle, parallélogramme, octogone, quelconque …) et les autres faces sont des rectangles.



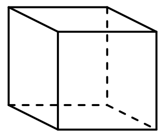
A base triangulaire.



Quelconque

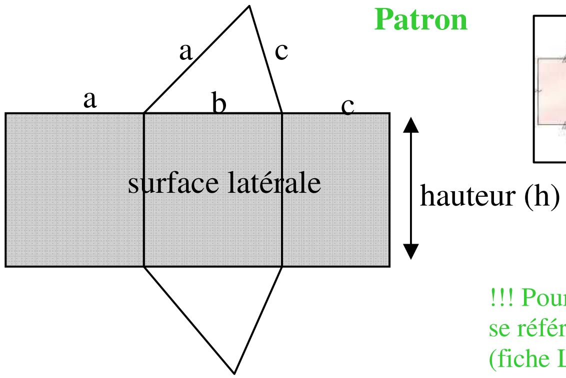


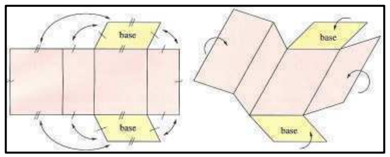
Parallélépipède rectangle ou pavé droit
V = L x l x h



Cube
$V = c^3$
= c x c x c

Patron





!!! Pour l'aire et le périmètre des bases, se référer au Formul'Aires. !!!
(fiche Longueurs et Surfaces 2)

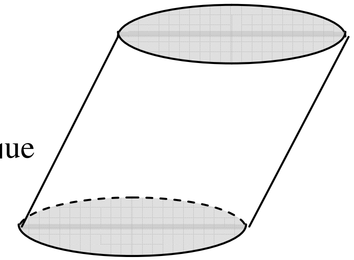
Aire latérale = périmètre de la base x hauteur = (a + b + c) x h

Aire totale = aire latérale + aire des bases

Volume = aire de la base x hauteur

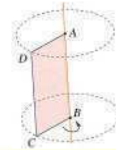
CYLINDRES

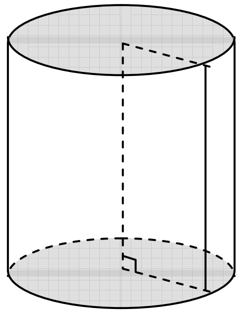
Quelconque

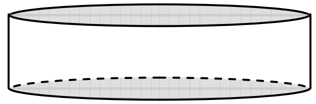


Cylindres de révolution

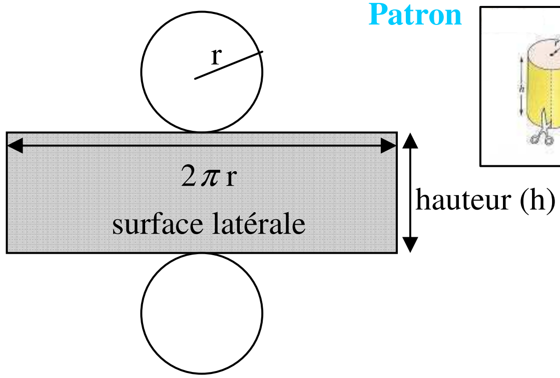
Solide décrit par un rectangle qui tourne autour de l'un de ses côtés.
Les deux **bases** sont des **disques** de même rayon.

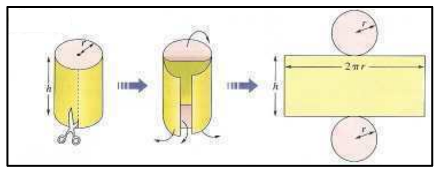






Patron





!!! Rappel !!!
Périmètre d'un cercle = $2\pi r$
Aire d'un cercle = πr^2

Aire latérale = périmètre de la base x hauteur = $2 \pi r h$

Aire totale = aire latérale + aire des bases = $2 \pi r h + 2 \pi r^2$

Volume = aire de la base x hauteur = $\pi r^2 h$