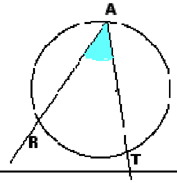
ANGLES INSCRITS ET ANGLES AU CENTRE

Angle inscrit dans un cercle

- son sommet est sur le cercle,
- ses côtés coupent le cercle.

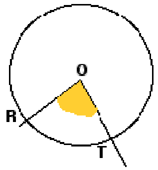
Ex : $\widehat{TAR}$ est l'angle inscrit qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{RT}$.



Angle au centre

- son sommet est le centre du cercle.

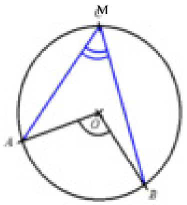
Ex : $\widehat{TOR}$ est l'angle au centre qui intercepte le petit arc $\overset{\frown}{RT}$.
$\widehat{TOR}$ est l'angle au centre qui intercepte le grand arc $\underset{\smile}{RT}$.

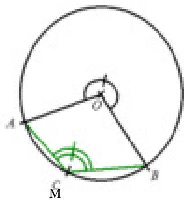


Angle inscrit et Angle au centre associés

On dit qu'ils sont associés s'ils interceptent le même arc.
(c'est-à-dire s'ils « regardent dans le même sens ».)

$\overset{\frown}{AB}$ est "dans $\widehat{AMB}$ " et "dans $\widehat{AOB}$ "
<=> $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ sont associés.





Remarque :

$\widehat{AIB} = \widehat{AKB} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOB}$

$\widehat{AJB} = \frac{1}{2}\ \underset{\smile}{AOB}$

!!! $\widehat{AIB} \neq \widehat{AJB}$!!!

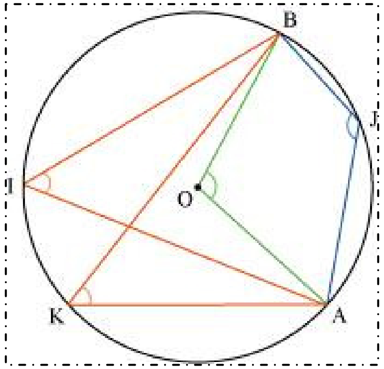
Ils n'interceptent pas le même arc AB.

$\widehat{AIB} + \widehat{AJB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} + \frac{1}{2}\ \underset{\smile}{AOB}$

$= \frac{1}{2}\ (\widehat{AOB} + \underset{\smile}{AOB})$

$= \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

$\widehat{AIB}$ et $\widehat{AJB}$ sont supplémentaires.

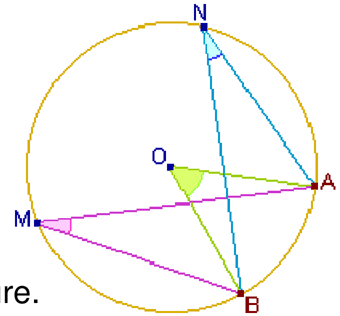


Théorème : $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOB}$

La mesure d'un angle inscrit dans un cercle est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

Conséquence : $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOB} = \widehat{ANB}$

Deux angles inscrits dans un cercle qui interceptent le même arc ont même mesure.

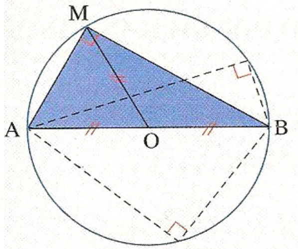


Cas particulier : $\widehat{AOB} = 180°$ <=> $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOB} = 90°$

Triangle rectangle et cercle circonscrit

■ Si AMB est un triangle rectangle en M,
alors M appartient au cercle de diamètre [AB].

■ Si un point M, distinct de A et B, appartient au cercle de diamètre [AB],
alors AMB est un triangle rectangle en M.



O est le milieu de l'hypoténuse [AB].
OA = OB = OM

Exemple d'application : Polygones réguliers

Un polygone régulier à n côtés (tous les côtés et tous les angles ont même mesure) s'inscrit dans un cercle circonscrit. Son centre O s'appelle le centre du polygone.

A et B, deux sommets consécutifs, forment donc un angle au centre de mesure $\frac{360°}{n}$.

On peut donc calculer ainsi la mesure des angles du polygone.
La rotation de centre O et d'angle $\widehat{AOB}$ donne le même polygone.