



## TRIANGLES PROPRIETES DES TRIANGLES

### INEGALITE TRIANGULAIRE

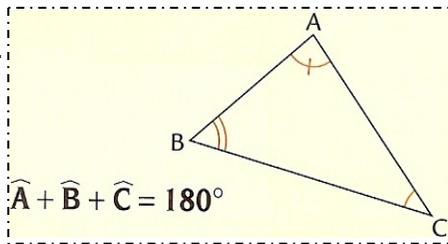
La longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

$$BC \leq BA + AC$$

(Pour aller de B à C, la plus courte distance est "tout droit", c'est-à-dire en suivant le segment reliant B et C.)

### Somme des angles d'un triangle

Elle est égale à 180°.

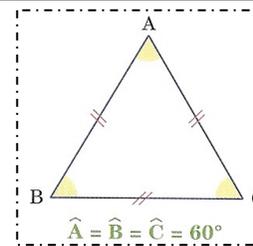


### TRIANGLE EQUILATERAL

Triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

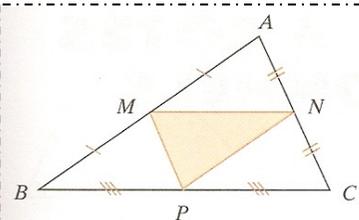
#### Propriété

Les trois angles ont même mesure :  $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$



### THEOREMES DE 4e

#### Triangle des milieux



*MNP est le triangle des milieux :*  
 - ses côtés sont parallèles à ceux de ABC ;  
 - ses angles sont égaux à ceux de ABC ;  
 - son périmètre est la moitié de celui de ABC ;  
 - son aire est le quart de celle de ABC .

#### Théorème des milieux

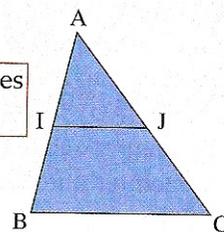
ABC est un triangle.

■ Si I et J sont les milieux des côtés [AB] et [AC],

alors (IJ) // (BC)  
 et  $IJ = \frac{1}{2} BC$ .

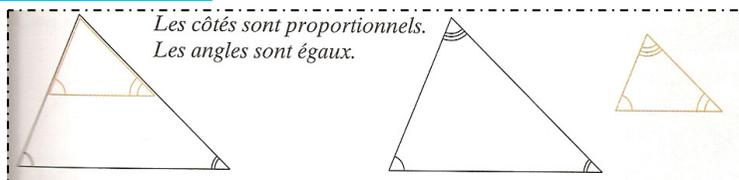
■ Si I est le milieu de [AB] et J un point de [AC] tel que (IJ) // (BC),

alors J est le milieu de [AC].



#### Agrandissement et Réduction

Le coefficient de proportionnalité entre les côtés des triangles est l'échelle.



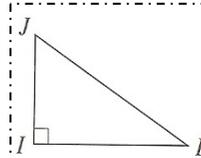
Le triangle noir est un agrandissement du triangle rouge.  $\Leftrightarrow$  échelle > 1  
 Le triangle rouge est une réduction du triangle noir.  $\Leftrightarrow$   $0 < \text{échelle} < 1$

### TRIANGLE RECTANGLE

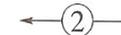
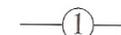
Triangle qui a un angle droit.

Le plus grand côté s'appelle l'hypoténuse.

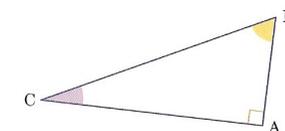
#### Propriété



(propriété directe)



(propriété réciproque)



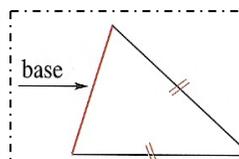
$$\hat{J} + \hat{K} = 90^\circ$$

### TRIANGLE ISOCELE

Triangle qui a deux côtés de même longueur.

Deux angles ont également même mesure.

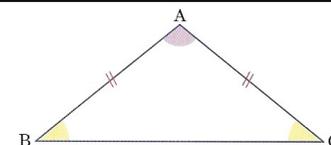
#### Propriété



(propriété directe)



(propriété réciproque)



angles à la base

### TRIANGLE RECTANGLE ISOCELE

Triangle qui a un angle droit et deux côtés de même longueur.

#### Propriété

Les deux angles à la base ont même mesure :  $\frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$

# TRIANGLES

## DROITES REMARQUABLES DES TRIANGLES



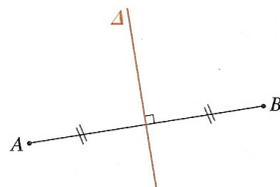
Sais-tu calculer l'aire d'un triangle ?

### MEDIATRICE D'UN SEGMENT

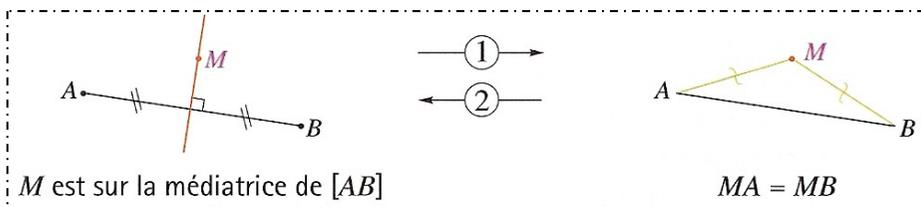
Droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu.

#### Propriété Equidistance

Chaque point de la médiatrice est à égale distance des extrémités du segment.

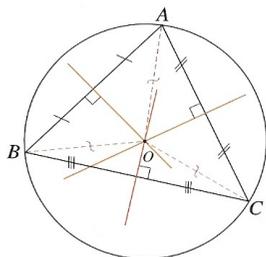


La droite  $\Delta$  est la médiatrice du segment  $[AB]$



$M$  est sur la médiatrice de  $[AB]$

$$MA = MB$$



### DANS UN TRIANGLE...

... Les trois médiatrices des côtés sont concourantes (se coupent en un point). Le point d'intersection est le **centre du cercle circonscrit** au triangle (qui passe par les sommets du triangle).

### DANS UN TRIANGLE EQUILATERAL...

Les trois médianes, médiatrices, hauteurs, bissectrices sont confondues.

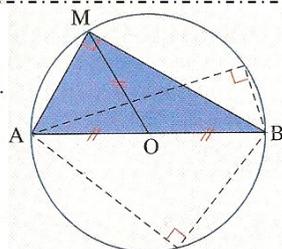
### DANS UN TRIANGLE ISOCELE...

La médiane de la base, la médiatrice à la base, la hauteur relative à la base et la bissectrice de l'angle opposé sont confondues.

### THEOREME DE 4<sup>e</sup>

#### Triangle rectangle et cercle circonscrit

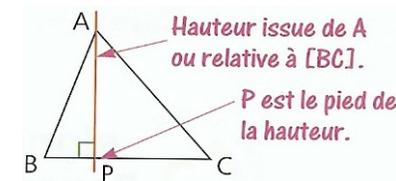
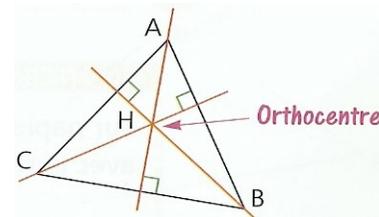
- Si  $\triangle AMB$  est un triangle rectangle en  $M$ , alors  $M$  appartient au cercle de diamètre  $[AB]$ .
- Si un point  $M$ , distinct de  $A$  et  $B$ , appartient au cercle de diamètre  $[AB]$ , alors  $\triangle AMB$  est un triangle rectangle en  $M$ .



$O$  est le milieu de l'hypoténuse  $[AB]$ .  
 $OA = OB = OM$

### HAUTEUR ISSUE D'UN SOMMET

Droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



Hauteur issue de  $A$  ou relative à  $[BC]$ .

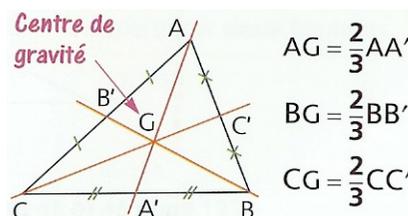
$P$  est le pied de la hauteur.

### DANS UN TRIANGLE...

... Les trois hauteurs issues des sommets sont concourantes. Le point d'intersection est l'**orthocentre** du triangle.

### MEDIANE ISSUE D'UN SOMMET

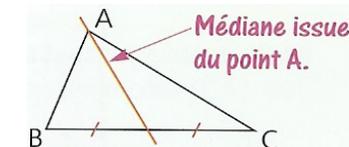
Droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.



$$AG = \frac{2}{3}AA'$$

$$BG = \frac{2}{3}BB'$$

$$CG = \frac{2}{3}CC'$$



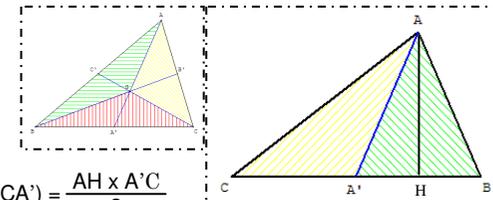
Médiane issue du point  $A$ .

### DANS UN TRIANGLE...

... Les trois médianes issues des sommets sont concourantes. Le point d'intersection est le **centre de gravité** du triangle.

### Propriété Partage d'un triangle

Une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire.



$$\text{Aire}(\triangle ABA') = \frac{AH \times A'B}{2}$$

et

$$\text{Aire}(\triangle ACA') = \frac{AH \times A'C}{2}$$

Or  $(AA')$  étant médiane, on a  $A'C = A'B$ . Les aires des deux triangles sont donc égales.

De même, les trois médianes partagent un triangle en six triangles d'aires égales.

### BISSECTRICE D'UN ANGLE

Droite qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.

### DANS UN TRIANGLE...

... Les trois bissectrices des angles sont concourantes. Le point d'intersection est le **centre du cercle inscrit** au triangle (le cercle tangent aux trois côtés du triangle).

