



STATISTIQUES

ET

PROBABILITES

**Les STATISTIQUES** sont le moyen de traiter une grande quantité de données (par exemple des réponses à une question ou des évènements qui se sont produits) pour les rendre lisibles et utilisables grâce aux maths.

C'est l'analyse du **PASSE**.

On analyse le comportement d'une série de données, en calculant plusieurs valeurs spéciales (lorsque les résultats sont des nombres) qui la caractérisent. L'étendue et l'écart interquartile précisent la **dispersion** des autres données. La moyenne, la médiane et les quartiles précisent leur **position**.

**Fréquence d'une donnée ou d'une classe**

$$= \frac{\text{Effectif de la donnée ou de la classe}}{\text{Effectif total}} = \frac{\text{Nombre de fois où la donnée apparaît}}{\text{Nombre total de données}}$$

Chaque fréquence est comprise entre 0 et 1. On peut l'exprimer sous forme de %. La somme des fréquences de toutes les données est égale à 1 (ou à 100%).

**Moyenne**

On peut utiliser 2 méthodes de calcul.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{Somme de toutes les données}}{\text{Nombre de données}}$$

Moyenne pondérée => Lorsque les valeurs se répètent souvent, ou lorsque les données sont regroupées en classe, on calcule la moyenne à l'aide des effectifs que l'on utilise comme coefficients.

**Etendue** = Plus grande valeur – Plus petite valeur C'est une différence.

**Médiane**

Elle partage la série en deux parties de même effectif.

Il y a autant de valeurs avant qu'après, elle ne dépend pas des valeurs extrêmes. Pour la trouver, on range les éléments dans l'ordre croissant ou décroissant.

**Quartiles**

Ils partagent la série en quatre parties égales.

Premier quartile Q1 : plus petite valeur de la série pour laquelle au moins 25% des données sont inférieures ou égales à Q1.

Troisième quartile Q3 : plus petite valeur de la série pour laquelle au moins 75% des données sont inférieures ou égales à Q3.

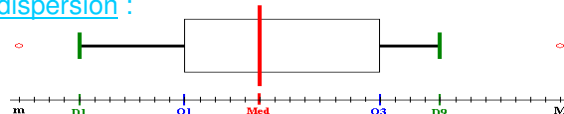
**Pour les trouver** : Si le nombre de données est divisible par 4, on prend la valeur de la série correspondante, sinon on prend la valeur suivante. Environ la moitié des valeurs d'une série ordonnée sont comprises Q1 et Q3.

La différence Q3 – Q1 s'appelle l'**écart interquartile**.

!!! Les quartiles sont des données de la série, mais pas forcément la médiane. !!!

**Caractéristiques de position et de dispersion :**

Elles peuvent être représentées sur un "diagramme en boîte" ou "diagramme à moustache".



**Les PROBABILITES** sont le moyen de calculer la chance qu'un évènement a de se produire parmi toutes les possibilités ; le plus souvent, les calculs mathématiques sont très simples, mais il faut beaucoup de logique.

C'est l'analyse du **FUTUR**.

**Probabilité d'un évènement**

$$= \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre d'issues possibles}}$$

**Loi de probabilité**

Ensemble des probabilités données pour chaque évènement

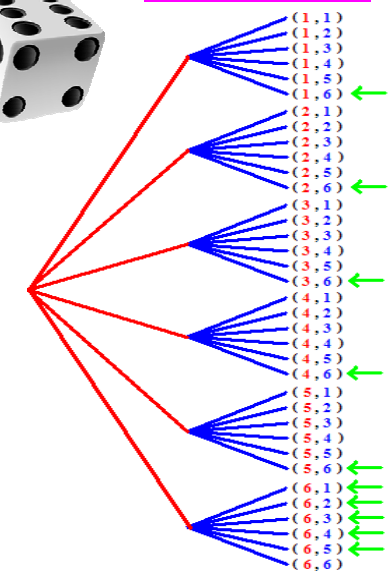
Ex : On jette deux dés et on s'intéresse à la somme obtenue.



Sous forme d'arbre

Il y a 36 possibilités, qui donnent 11 sommes différentes.

- 2 → 1 fois sur 36
- 3 → 2 fois sur 36
- 4 → 3 fois sur 36
- 5 → 4 fois sur 36
- 6 → 5 fois sur 36
- 7 → 6 fois sur 36
- 8 → 5 fois sur 36
- 9 → 4 fois sur 36
- 10 → 3 fois sur 36
- 11 → 2 fois sur 36
- 12 → 1 fois sur 36



Sous forme de tableau

Eventualités	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilités	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

**Calcul de Proba** : Quelle est la probabilité que la somme soit un multiple de 3 ? Cet évènement se produit si la somme est 3, 6, 9, 12.

$$\text{Donc Probabilité (Somme est multiple de 3)} = \frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

**Autre Calcul** : Quelle est la probabilité de tirer un 6 (et un seul) ? (cf flèches)

**VRAI OU FAUX ?** : « A la loterie, 100% des gagnants ont tenté leur chance. »

## EN PRATIQUE ...

Un professeur rend un devoir aux élèves de 3ème.

Voici la liste des notes, dans l'ordre croissant::

2 3 3 5 6 8 9 9 10 11 12 12 13 13 13 15 16 16 17 19 19

Ceci constitue une **série de données** statistiques.

La **population** étudiée est "les élèves d'une classe de 3ème".

Le **caractère** étudié est la note du devoir rendu.

On a relevé 21 **données**, donc l'**effectif total** est 21

Les **valeurs du caractères** sont 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; ... ; 20

**Moyenne**

Il y a 21 notes.

1<sup>ère</sup> méthode : Moyenne =  $\frac{\text{Somme de toutes les données}}{\text{Nombre de données}} = \frac{231}{21} = 11$

2<sup>ème</sup> méthode :

Note	2	3	5	6	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19
Effectif	1	2	1	1	1	2	1	1	2	3	1	2	1	2
Fréquence	0,05	0,09	0,05	0,05	0,05	0,09	0,05	0,05	0,09	0,15	0,05	0,09	0,05	0,09

Moyenne Pondérée

$$= (2 + 3 \times 2 + 5 + 6 + 8 + 9 \times 2 + 10 + 11 + 12 \times 2 + 13 \times 3 + 15 + 16 \times 2 + 17 + 19 \times 2) : 21$$

$$= (2 + 6 + 5 + 6 + 8 + 18 + 10 + 11 + 24 + 39 + 15 + 32 + 17 + 38) : 21$$

$$= 231 : 21 = 11$$

**Etendue**

Etendue = Note max – Note min = 19 – 2 = 17 points

**Médiane et Quartiles**

Il y a 21 notes. La médiane est la 11<sup>ème</sup> note, il y a 10 données avant et 10 après. (Si on a un nombre pair de données, on peut prendre n'importe quelle valeur entre les deux du milieu. Le plus souvent, on prend la moyenne.)

21 : 4 = 5,25 => Q1 est la 6<sup>ème</sup> valeur.

5,25 x 3 = 15,75 => Q3 est la 16<sup>ème</sup> valeur.

2 3 3 5 6 (8) 9 9 10 11 (12) 12 13 13 13 (15) 16 16 17 19 19

25%      25%      25%      25%

premier quartile : 8      médiane : 12  
(deuxième quartile)      troisième quartile : 15

**Ecart interquartile**

Q3 – Q1 = 15 – 8 = 7 points

## EN PRATIQUE ...

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.

**Ex :** on jette un dé à 6 faces et on lit le nombre de la face supérieure.

On appelle **issue** d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.

Tout ensemble d'issues est appelé **événement**.

- Un **événement élémentaire** contient une seule issue.
- L'**événement certain** contient toutes les issues.
- L'**événement impossible** ne contient aucune issue.

On cherche à définir la probabilité d'un événement A, c'est à dire les chances que l'événement A se réalise lors d'une expérience aléatoire. Cette probabilité sera notée P (A).

Si notre dé n'est pas truqué, il semble raisonnable de penser que chaque face a la même chance qu'une autre d'être tirée. Soit une chance sur 6.

La probabilité de tirer 4 est P(4) = 1/6.

=> Comme chaque événement élémentaire a la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'**équiprobabilité**.

La probabilité de tirer 8 est P(8) = 0.

=> La probabilité de l'événement impossible est égale à 0.

La probabilité de tirer un nombre inférieur à 10 est P(inférieur à 10) = 1.

=> La probabilité d'un événement certain est égale à 1.

Un moyen de définir une probabilité est d'effectuer un grand nombre de tirages et d'attribuer à chaque événement élémentaire une probabilité égale à sa **fréquence** statistique.