

PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSESApplicationsGrandeurs proportionnelles

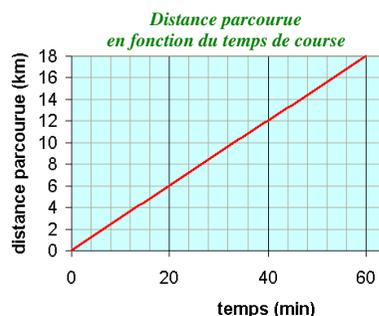
Deux grandeurs sont proportionnelles si pour calculer les valeurs de l'une, on multiplie les valeurs de l'autre par un même nombre, le coefficient de proportionnalité.

Ex : Situations de proportionnalité dans la vie courante

- la quantité de farine dans un gâteau en fonction du nombre de personnes,
- la distance sur une carte et la distance réelle,
- le prix payé pour un plein d'essence et le volume d'essence acheté.

Graphique

Les points obtenus dans une situation de proportionnalité sont situés sur une droite qui passe par l'origine du repère.

Pourcentage

$$p \% \text{ d'une quantité} = \frac{p}{100} \times \text{quantité} = \text{quantité} \times p : 100 \quad (\text{ex : } 20\% \text{ de } 78 = \frac{20}{100} \times 78)$$

On peut aussi calculer les pourcentages dans un tableau de proportionnalité.

Echelle

Sur un plan à l'échelle, les distances réelles et les distances du plan sont proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité est l'échelle = $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$



Remarque : Lors d'une réduction, l'échelle est inférieure à 1 (distance sur le plan < distance réelle).
Lors d'un agrandissement, l'échelle est supérieure à 1 (distance sur le plan > distance réelle).

Mouvement uniforme

Lorsque la vitesse d'un mobile est constante, on dit que le mouvement est uniforme (=> régulier). Les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles. Le coefficient est la vitesse du mobile.

Mesure du temps

On utilise la proportionnalité pour les durées exprimées en heures décimales.
4,57h ≠ 4h57min; 2,5h ≠ 2h50 min

Résoudre un problème

Dans tous les cas, il faut repérer les grandeurs du problème et s'assurer qu'il y a proportionnalité. Puis :

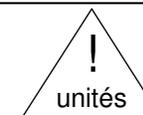
- on fait un tableau avec les grandeurs proportionnelles et les unités s'il y en a,
- on complète le tableau avec les nombres du texte,
- on fait les calculs en indiquant la méthode choisie,
- on répond par une phrase.

Vitesse moyenne

$$\text{vitesse moyenne} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$

$$\Leftrightarrow \text{distance} = \text{vitesse moyenne} \times \text{temps}$$

Ex : Un piéton qui parcourt 14 km en 2h marche à la vitesse moyenne $V = 14 / 2 = 7 \text{ km/h}$.

Changement d'unité de vitesse

Ex : Une voiture roule à 126 km/h. Et en m/s ?

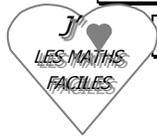
$$V = \frac{126\,000}{3\,600} = 35 \text{ m/s}$$

Remarque :Grandeurs composées

Les aires et volumes sont des « grandeurs produits » : $A = \text{longueur} \times \text{longueur}$ ou $V = \text{aire} \times \text{longueur}$.
Les vitesses et débits sont des « grandeurs quotients » : $V = \text{distance} / \text{temps}$ ou $D = \text{volume} / \text{temps}$.

Ex d'unités: m^2, cm^3

Ex d'unités: m/s ou $m.s^{-1}$, km/h ou $km.h^{-1}$



PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSES

Exemples

Résoudre un problème

Dans une recette de gâteau, il faut 4 œufs pour 6 personnes. Combien faut-il d'œufs pour 9 personnes ?

C'est une situation de proportionnalité, les deux grandeurs sont le nombre d'œufs et de personnes.

Nombre d'œufs	4	?
Nombre de personnes	6	9

On utilise la 4^{ème} proportionnelle :

nombre d'œufs nécessaires : $\frac{9 \times 4}{6} = 6$

Il faut 6 œufs pour un gâteau de 9 personnes.

Calculer un pourcentage d'un nombre

Dans une bibliothèque de 1350 livres, 20% des ouvrages sont des bandes dessinées. Combien y a-t-il de BD ?

On calcule : Nombre de BD = 20% de 1350 = $1350 \times \frac{20}{100}$,

ou dans un tableau de proportionnalité :

Nombre total d'ouvrages	100	1350
Nombre de BD	20	?

$? = \frac{1350}{5} = 270$ Il y a donc 270 BD dans la bibliothèque.

Mesure du temps

Exprimer 3,25 h en minutes. (⚠ 3,25 h ≠ 3h 25min ⚠)

Calcul avec la 4^e proportionnelle : $t = 3,25 \times 60 = 195$ min

1	3,25
60	t

Echelles de réduction et d'agrandissement

A partir d'un plan à l'échelle $\frac{1}{250}$, calculer la distance réelle représentée par 2 et 3 cm sur le plan.

On multiplie par 250 pour obtenir les distances réelles.

1 cm sur le plan => 250 cm en réalité

Distance sur le plan (en cm)	1	2	3
Distance réelle (en cm)	250	500	750

2 cm représentent en réalité 500 cm = 5 m, et 3 cm représentent 750 cm = 7,5m.

Mouvement uniforme

Une voiture roule à allure régulière. Elle parcourt 20 mètres chaque seconde. Combien parcourt-elle en 20s et en 60s ?

C'est un mouvement uniforme, le temps et la distance sont donc proportionnels.

Temps (en s)	1	20	60
Distance (en m)	20	400	1200

Vitesse moyenne

Qui a la plus grande vitesse moyenne (calculer en mètre par minute) ?

Noah parcourt 1,6 km en 20 min.

Léo parcourt 250 m en 3 min.

Paul met 5 min pour faire 450 m.

Vitesse moyenne de Noah = $1600 : 20 = 80$ m/min

Vitesse moyenne de Léo = $250 : 3 \approx 83,3...$ m/min

Vitesse moyenne de Paul = $450 : 5 = 90$ m/min

Paul marche le plus vite en moyenne.