



PGCD ET PPCM

Exemple :

Multiples de 24 : 0; 24; 48; 72; 96; 120; 144 ...

Multiples de 36 : 0; 36; 72; 108; 144 ...

Parmi les multiples communs à 24 et 36, le plus petit non nul est 72 :

Plus Petit Commun Multiple de 24 et 36 → **PPCM** (24; 36) = 72

Exemple :

Diviseurs de 24 : 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

Diviseurs de 36 : 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36.

Parmi les diviseurs communs à 24 et 36, le plus grand est 12 :

Plus Grand Commun Diviseur à 24 et 36 → **PGCD** (24; 36) = 12

RAPPEL

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> $\frac{7}{10}$ <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>2</td><td>-1</td></tr> <tr><td>0</td><td>-3</td></tr> </table> <p>ENTIERS</p> </div> <p>(nombre fini de chiffres) DECIMAUX</p>	2	-1	0	-3	π $\frac{1}{\sqrt{3}}$ $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ -2π $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
2	-1				
0	-3				
$3,8$ $\frac{99}{7}$ $-5,37$ $-\frac{10}{3}$ (quotients de deux entiers) RATIONNELS	NON RATIONNELS				

Les diviseurs communs à deux nombres permettent de simplifier une fraction.
Le plus grand d'entre eux, le **PGCD**, permet de la rendre **irréductible**.

Ex : $\frac{24}{36} = \frac{2 \times 12}{3 \times 12} = \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ est une fraction irréductible.

Remarque :

Si $\frac{a}{b}$ est irréductible, $\text{PGCD}(a ; b) = 1$.
On dit que a et b sont premiers entre eux.

L'algorithme d'Euclide permet de déterminer le PGCD de deux nombres grâce aux divisions euclidiennes.
On peut également utiliser l'algorithme des différences (soustractions successives), généralement plus longue...



Algorithme d'Euclide

(divisions successives)

On divise le plus grand nombre par le plus petit.
On recommence en divisant le diviseur par le reste.

On recommence autant de fois que nécessaire jusqu'à trouver un reste nul.

Lorsque le reste est 0, l'algorithme s'arrête,
le **PGCD** est le **dernier reste non nul** trouvé.

Ex : Calcul du PGCD de 144 et 78

144 - 78 = 66
78 - 66 = 12
66 - 12 = 54
54 - 12 = 42
42 - 12 = 30
30 - 12 = 18
18 - 12 = 6
12 - 6 = 6
6 - 6 = 0

PGCD (144 ; 78) = 6

144 : 6 = 24
78 : 6 = 13

$\frac{144}{78} = \frac{24 \times 6}{13 \times 6} = \frac{24}{13}$ (fraction irréductible)

Soustractions successives

Ex : Calcul du PGCD de 462 et 546

Algorithme d'Euclide :

546 = 462 x 1 + 84

462 = 84 x 5 + 42

84 = 42 x 2 + 0

PGCD (462 ; 546) = 42

462 : 42 = 11
546 : 42 = 13

$\frac{462}{546} = \frac{42 \times 11}{42 \times 13} = \frac{11}{13}$ (fraction irréductible)

Divisions successives